

Σ Ε Μ Ι Ν Α Ρ Ι Ο Τ. Ε. Ε.

ΤΜΗΜΑ Ν. ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ



“ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ
ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ ΚΑΙ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ ”

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ
ΣΕ ΜΕΤΑΛΛΕΥΤΙΚΕΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ.

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

ΧΡΙΣΤΟΦΟΡΙΔΗΣ ΑΒΡΑΑΜ

ΙΟΥΛΙΟΣ 1991

ΣΕΜΙΝΑΡΙΟ Τ.Ε.Ε.

"Εφαρμογές της Επιχειρησιακής Έρευνας στη Μεταλλευτική"

ANALYSE EPIXEIRHMATIKOY KINΔYNOY SE
METALLEYTIKES EΠEΝΔYΞEIS

N. I. Kαστή

ΑΘΗΝΑ, Μάρτιος 1990

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

Με τον όρο επένδυση αναφερόμαστε, κατά κύριο λόγο σε μια δαπάνη για την απόκτηση κεφαλαιουχικών αγαθών. Πρόκειται για την οικονομική εκείνη δραστηριότητα που έγκειται στη δέσμευση διαθέσιμων κεφαλαίων (χρηματικών πόρων) κατά την τρέχουσα ή και τις αμέσως επόμενες χρονικές περιόδους, με την προσδοκία οικονομικών ωφελειών στο μέλλον. Εγγενή χαρακτηριστικά οποιασδήποτε επενδυτικής δραστηριότητας αποτελούν ο ετεροχρονισμός των αποτελεσμάτων (χρηματικών ροών) και η αβεβαιότητα πραγματοποίησής τους.

Στην ουσία πρόκειται για μίαν ανταλλαγή διαθέσιμων αγαθών μεταξύ παρόντος και μέλλοντος. Ετσι, η υπολογιζόμενη απόδοση της επένδυσης (rate of return) μπορεί να εκληφθεί σαν ένας ρυθμός ανταλλαγής που για να είναι αποδεκτός, δηλ. η επένδυση να κρίνεται συμφέρουσα, θα πρέπει να ανταμείβει τον επενδυτή για την αναμονή στην οποία υποβάλλεται - μη κατανάλωση στο παρόν (time preference of money) - και παράλληλα να τον εξασφαλίζει απέναντι στον κίνδυνο μη πραγματοποίησης των προσδοκώμενων ωφελειών. Ο κίνδυνος αυτός εμφανίζεται από τη στιγμή που επιλέγεται μια συγκεκριμένη εναλλακτική δράση (επενδυτική δραστηριότητα) για την επίτευξη ενός προκαθορισμένου σκοπού.

Στους περισσότερους είναι λίγο ως πολύ γνωστές οι Μέθοδοι Προεξόφλησης (Discounted Cash Flow Analysis), που αναπτύχθηκαν κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1950 λαμβάνοντας υπόψη τους την έννοια της διαχρονικής απόλειας της αξίας του χρήματος (κάλυψη του επενδυτή για την αναμονή). Η αποδοχή και χρήση των Κριτηρίων Αποδοτικότητας της Καθαρής Παρούσας Αξίας, ΚΠΑ (Net Present Value, NPV) και της Εσωτερικής Απόδοσης επί του Κεφαλαίου, ΕΑΚ (Internal Rate of Return, IRR), για την αξιολόγηση των επενδύσεων και τη λήψη αποφάσεων επιλογής της καλύτερης εναλλακτικής δραστηριότητας, βοήθησε σημαντικά στην ορθολογική χάραξη της κατά περίπτωση επενδυτικής πολιτικής. Ο προσδιορισμός των τιμών των παραπάνω κριτηρίων (δεικτών) οικονομικότητας στηρίζονταν βασικά στη χρήση σημειακών εκτιμήσεων για τις παραμέτρους του εκάστοτε προβλήματος που διαμορφώνουν τα αναμενόμενα περιοδικά αποτελέσματα (ταμειακές ροές) από την πραγματοποίηση της επένδυσης.

Επιγραμματικά αναφέρεται ότι, για τα κριτήρια της ΚΠΑ και της ΕΑΚ, η οικονομικά συμφέρουσα επένδυση θα πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω προϋποθέσεις:

$$NPV(i_{\min}) \geq 0 \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad IRR \geq i_{\min}$$

όπου i_{\min} η ελάχιστη απαιτούμενη απόδοση, έκφραση του κόστους κεφαλαίου του επενδυτή (επενδυτικού φορέα) - ανταμοιβή για τη μη κατανάλωση αλλά και τον υφιστάμενο κίνδυνο.

Τα προσδιοριστικά μοντέλα μέτρησης της οικονομικότητας περιορίζονται, όπως είναι γνωστό, στην εξαγωγή μιας σημειακής εκτίμησης του δείκτη με βάση την οποία επιχειρείται η αξιολόγηση ή η επιλογή. Συχνά η σημειακή αυτή

ακτίμηση θεωρείται ότι αντιστοιχεί στην αναμενόμενη, μέση με τη στατιστική έννοια του όρου, τιμή του αποτελέσματος. Κάτι τέτοιο προϋποθέτει βέβαια τη χρησιμοποίηση των μέσων τιμών των παραμέτρων του προβλήματος - π.χ. αρχική επένδυση, κόστος παραγωγής, ζήτηση και τιμή του παραγόμενου αγαθού. Η προσέγγιση που στηρίζεται στη χρήση της μέσης τιμής του κριτηρίου οικονομικότητας, προϋποθέτει είτε την υπαρξη μεγάλου αριθμού στατιστικά ανεξάρτητων επενδυτικών σχεδίων είτε την επανάληψη μιας συγκεκριμένης επένδυσης πολλές φορές (όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των επαναλήψεων τόσο μεγαλύτερη η αξιοπιστία της μέσης τιμής σαν κριτηρίου απόφασης).

Στην πράξη, αντίθετα, οι παραπάνω προϋποθέσεις δεν υφίστανται, τουλάχιστον σε βαθμό που να εξασφαλίζεται η απαιτούμενη αξιοπιστία κατά την ιεράρχηση των εναλλακτικών δράσεων με αποκλειστικό κριτήριο την αναμενόμενη τιμή του δείκτη οικονομικότητας. Ειδικότερα, στη μεταλλευτική βιομηχανία, η επίκληση της δυνατότητας επανάληψης της ίδιας επενδυτικής δραστηριότητας δεν μπορεί να έχει καμμία βάση - διαφορετικά κοιτάσματα, μεγάλοι χρονικοί ορίζοντες, μεγάλα επενδυτικά κόστη. Αυτές οι διαπιστώσεις οδήγησαν στη χρήση συγκεκριμένων μεθοδολογιών για τη μελέτη της επίδρασης της μεταβλητότητας των τιμών των διαφόρων παραμέτρων στη διαμόρφωση του αποτελέσματος.

Στην απλούστερη περίπτωση, για την εξασφάλιση απέναντι στον κίνδυνο, ο αποφασίζων θα μπορούσε να λάβει υπόψη του τις πλέον απαισιόδοξες προβλέψεις σχετικά με την εξέλιξη των τιμών των παραπάνω παραμέτρων, έτσι ώστε να καταλήξει στον προσδιορισμό του αποτελέσματος της επένδυσης κάτω από τις πλέον αντίξοες συνθήκες. Είναι προφανές ότι η προσέγγιση αυτή οδηγεί στην απόρριψη μεγάλου αριθμού επενδυτικών προτάσεων - με βάση τη σημερινή συγκυρία ενδεχόμενο της πλειοψηφίας των επενδυτικών σχεδίων -, χωρίς να μπορεί παράλληλα να λειτουργήσει στην περίπτωση σύγκρισης εναλλακτικών δραστηριοτήτων.

Μια διαφορετική προσέγγιση που βασίζεται στο ίδιο με το προηγούμενο σκεπτικό και που εφαρμόζεται πολύ συχνά ακόμη και σήμερα, περιλαμβάνει τη θεώρηση σχετικά υψηλής τιμής του κόστους κεφαλαίου, δηλ. της ελάχιστης επιθυμητής απόδοσης είτε στην περίπτωση που αυτή χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της ΚΠΑ είτε όταν πρόκειται να συγκριθεί με την υπολογιζόμενη ΕΑΚ. Η απαιτούμενη απόδοση συνίσταται στην αμοιβή που εκφράζει την προτίμηση του κοινωνικού συνόλου απέναντι στο χρόνο (pure rate of interest) και την αμοιβή για τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο (risk premium). Αυτή η αμοιβή για τον κίνδυνο είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερο το διάστημα επιστροφής του κεφαλαίου (επενδυτικός ορίζοντας) και όσο αυξημένη η αβεβαιότητα για την εξέλιξη των συνθηκών πραγματοποίησης της επένδυσης. Η σχέση χρονικού ορίζοντα και κινδύνου στηρίζεται στην ειδική υπόθεση ότι η αβεβαιότητα αυξάνεται με την αναφορά σε μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα στο μέλλον. Κάτι τέτοιο αν και εμφανίζεται πολύ πιθανό, δεν συμβαίνει πάντα. Άρκει να σκεφθούμε μια επένδυση εκμετάλλευσης για την οποία έχουν εξασφαλισθεί οι συνθήκες διάθεσης του εξορυσσόμενου προϊόντος ενώ υφίσταται μεγάλη

αβεβαιότητα σχετικά με την απαιτούμενη δαπάνη προσπέλασης του κοιτάσματος λόγω μεταβλητότητας των χαρακτηριστικών των περιβαλλόντων πετρωμάτων.

Από τα προηγούμενα είναι προφανείς οι σοβαρές ατέλειες των προσδιοριστικών μεθόδων αξιολόγησης των επενδύσεων, ατέλειες που οφείλονται στην αδυναμία ορθολογικής συνεκτίμησης της αβεβαιότητας ως προς τη διαμόρφωση των τιμών των μεταβλητών του προβλήματος. Οι προσπάθειες που περιλαμβάνουν τη θεώρηση τριών τιμών για κάθε μεταβλητή - απαισιόδοξη, πλέον πιθανή και αισιόδοξη εκτίμηση - για την εξαγωγή της ελάχιστης, πλέον πιθανής και μέγιστης τιμής του κριτηρίου οικονομικότητας, δεν φαίνονται ικανοποιητικές στο βαθμό που οι χρησιμοποιούμενες τιμές δεν συνοδεύονται και από εκτιμήσεις σχετικά με την πιθανότητα εμφάνισής τους.

Τελικά, η πλέον αποτελεσματική μέθοδος προσδιορισμού του κινδύνου που συνοδεύει μίαν επενδυτική δραστηριότητα, έγκειται στην ανάπτυξη και χρήση σταχαστικών (πιθανοκρατικών) μοντέλων. Η βασική διαφοροποίηση των μοντέλων αυτών από τα προαναφερθέντα, που τους εξασφαλίζει υψηλή αξιοπιστία, συνίσταται στην αντιμετώπιση των παραμέτρων του προβλήματος σαν τυχαίων μεταβλητών. Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατή η έκφραση της αβεβαιότητας που περιβάλλει την επενδυτική διαδικασία και που αποδίδεται με την προσδιοριζόμενη κατανομή πιθανοτήτων - ή την αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας - του οικονομικού κριτηρίου. Θα μπορούσε στο σημείο αυτό να παρατηρήσει κανείς ότι η έννοια της πιθανότητας αποκτά σημασία κατά την αναφορά σε γεγονότα που είναι δυνατό να επαναληφθούν πολλές φορές και πάντα κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Είναι προφανές ότι κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει με τις επενδυτικές αποφάσεις. Παρ'όλα αυτά είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί κάποιο μέτρο της πιθανότητας εμφάνισης μιας συγκεκριμένης τιμής του δείκτη οικονομικότητας, με την υπόθεση ότι το μέτρο αυτό εξυπηρετεί τη συνέπεια μεταξύ αποφάσεων και πεποιθήσεων του οικονομικού υποκειμένου.

2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Η θεώρηση του κινδύνου υπεισέρχεται σε προβλήματα αποφάσεων όπου οι τρέχουσες δραστηριότητες υποθηκεύουν το μέλλον μεσο-μακροπρόθεσμα και οι μελλοντικές ενέργειες υπόκεινται στις δημιουργούμενες συνθήκες. Ο κίνδυνος εξαρτάται άμεσα από τον τύπο των δραστηριοτήτων (business risk). Συγκεκριμένα, για τη δραστηριότητα εκμετάλλευσης ενός κοιτάσματος, η αβεβαιότητα που οφείλεται στη μεταβλητότητα των τιμών των γεωλογικών παραμέτρων αποτελεί τμήμα του οικονομικού κινδύνου της επένδυσης, χαρακτηριστικό της δραστηριότητας αυτής.

Σαν γενική παρατήρηση, για τις μεταλλευτικές επενδύσεις, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η φύση της συνολικής αβεβαιότητας που περιβάλλει το προσδοκώμενο αποτέλεσμα, διαφέρει ενδεχόμενα σημαντικά για τους διάφορους τύπους των κοιτασμάτων, τα εξορυσσόμενα προϊόντα και ακόμη εξαρτάται

από τον τόπο ανάπτυξης της δραστηριότητας, τον τρόπο εξασφάλισης των επενδυτικών κεφαλαίων (χρηματοδοτικό σχήμα) κ.λ.π.. Μια πρώτη καταγραφή των πηγών κινδύνου για μια δεδομένη υπό μελέτη εκμετάλλευση περιλαμβάνει:

- * το σφάλμα εκτίμησης των αποθεμάτων του κοιτάσματος,
- * το σφάλμα εκτίμησης της επενδυτικής δαπάνης,
- * την αβεβαιότητα σχετικά με τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της εκμετάλλευσης (απόληψη, αραίωση, κόστος - εξόρυξης και ενδεχόμενα εμπλουτισμού, διοικητικές δαπάνες κ.λ.π.),
- * την αβεβαιότητα σχετικά με τις συνθήκες αγοράς του προϊόντος (ζήτηση, τιμή μονάδας),
- * την αβεβαιότητα σχετικά με τις συνθήκες της κεφαλαιαγοράς (επιτόκια, συνολική επιχειρηματική δραστηριότητα),
- * τον κίνδυνο από τη μεταβλητότητα της ονομαστικής αξίας του χρήματος (και ιδιαίτερα για την περίπτωση ύπαρξης δανειακών κεφαλαίων σε συνάλλαγμα)
- * και τέλος την αβεβαιότητα όσον αφορά στην εξέλιξη του πολιτικού κλίματος.

Η συνολική αυτή αβεβαιότητα δεν μπορεί να εξαλειφθεί πλήρως παρά μόνο με την ολοκλήρωση του επενδυτικού σχεδίου που μελετάται. Είναι δηλ. γεγονός ότι η αύξηση των δεδομένων (πληροφοριών) - και επομένως η βελτίωση της αξιοπιστίας των εκτιμήσεων - για τους διάφορους παράγοντες που διαμορφώνουν το τελικό αποτέλεσμα της επένδυσης (χαρακτηριστικά κοιτάσματος, κόστη, τιμές κ.λ.π.), δεν μπορεί σε καμιά περίπτωση, όσο μεγάλη και αν είναι, να μηδενίσει τον κίνδυνο που συνοδεύει την εξεταζόμενη δραστηριότητα. Υπάρχει, πιο απλά, πάντα ένα παραμένον ποσοστό της μεταβλητότητας που συνοδεύει το προσδοκώμενο αποτέλεσμα, ποσοστό που η ύπαρξη του οφείλεται στη σύμφυτη μεταβλητότητα των παραμέτρων του προβλήματος που, με τη σειρά της, είναι χαρακτηριστική όλων των φυσικών φαινομένων (σύμφυτη έννοια της τύχης). Αυτό συνεπάγεται ότι, ακόμη και στην καλύτερη περίπτωση που είναι γνωστός - διαπιστωμένος - ο τρόπος που παίρνουν τιμές οι παραπάνω παράμετροι (κατανομή πιθανότητας), δεν μπορούμε να προβλέψουμε με απόλυτη βεβαιότητα ότι θα πραγματοποιηθεί ένα ενδεχόμενο αλλά περιοριζόμαστε στον προσδιορισμό της πιθανότητας που θα συμβεί αυτό. Τελικά, εκείνο που επιτυγχάνεται με τη απόκτηση πρόσθετων δεδομένων (π.χ. αύξηση των παρατηρήσεων στο κοιτάσμα) είναι η μείωση του σφάλματος κατά την εξαγωγή των εκτιμήσεων.

Θα πρέπει ακόμη να επισημάνουμε ότι η σχετική επίδραση καθένα από τους προαναφερθέντες τύπους κινδύνου στο συνολικό, εξαρτάται από τη φύση των υπόλοιπων παραμέτρων του προβλήματος. Σαν παράδειγμα αναφέρεται ότι η επίδραση της μεταβλητότητας της αγοράς του προϊόντος πάνω στη μεταβλητότητα του αποτελέσματος της επένδυσης εξαρτάται από τη δομή του λειτουργικού κόστους. Παραγωγικές μονάδες με υψηλές σταθερές δαπάνες παρουσιάζουν μεγαλύτερη ευαισθησία όσον αφορά στο αποτέλεσμα, για την ίδια μεταβλητότητα της τιμής ή και της διατιθέμενης ποσότητας.

Όπως προκύπτει από τα προηγούμενα, ο προσδιορισμός του μεγέθους του κινδύνου της επένδυσης καθώς και της συνεισφοράς των επιμέρους παραγόντων στη διαμόρφωσή του, είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την απόφαση εκμετάλλευσης του κοιτάσματος.

Στο σύνολό της η αβεβαιότητα προέρχεται από τη διακύμανση των τιμών όλων των παραμέτρων του προβλήματος, παραμέτρων που διαμορφώνουν την τιμή της μεταβλητής της απόφασης - της ΚΠΑ ή και της ΕΑΚ. Όπως προαναφέρθηκε η θεώρηση συντηρητικών εκτιμήσεων οδηγεί σε "υπερσυντηρητική" εκτίμηση του δείκτη ενώ η χρησιμοποίηση των μέσων τιμών αδυνατεί να λάβει υπόψη της τη μεταβλητότητα με συχνά δυσμενείς συνέπειες.

Η ορθολογική προσέγγιση στο πρόβλημα περιλαμβάνει την εφαρμογή Ανάλυσης Επιχειρηματικού Κινδύνου (Risk Analysis), μεθόδου που δίνει τη δυνατότητα ενσωμάτωσης των εκτιμήσεων σχετικά με τα όρια μεταβολής των επιμέρους παραμέτρων αλλά και την πιθανότητα εμφάνισης συγκεκριμένης τιμής για κάθε μια. Αυτό επιτυγχάνεται με τη θεώρηση των μεταβλητών σαν τυχαίων που η συχνότητα εμφάνισης των διαφόρων τιμών τους ακολουθεί κάποια κατανομή.

Ο στόχος έγκειται στον προσδιορισμό του μεγέθους της απόκλισης των τιμών της μεταβλητής της απόφασης (NPV, IRR) από την αναμενόμενη (μέση) τιμή. Ένα αντιπροσωπευτικό στατιστικό μέτρο έκφρασης του μεγέθους των αποκλίσεων αυτών είναι η διακύμανση του οικονομικού κριτηρίου - σ^2_{NPV} , σ^2_{IRR} - ή, ισοδύναμα, η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης, η τυπική απόκλιση - σ_{NPV} , σ_{IRR} . Στην πράξη η τυπική απόκλιση χρησιμοποιείται συνήθως σαν αντιπροσωπευτική έκφραση του κινδύνου όσον αφορά στην πραγματοποίηση των αναμενόμενων αποτελεσμάτων.

Η πιθανοκρατική ανάλυση του προβλήματος εξυπηρετεί την εξαγωγή της κατανομής για κάθε επενδυτική εναλλακτική πρόταση. Το επόμενο βήμα έγκειται στην αξιολόγηση των τιμών των παραμέτρων της κατανομής και στην ιεράρχηση των υφιστάμενων επενδυτικών ευκαιριών, δηλ. στον προσδιορισμό της σχετικής προτίμησης για κάθε μια. Η μεθοδολογία για την αποτίμηση του μεγέθους της επιθυμίας του αποφασίζοντος περιλαμβάνει τη χρήση εννοιών από τη θεωρία Χρησιμότητας. Εδώ θα περιορισθούμε στα σχετικά με τον υπολογισμό των παραμέτρων της κατανομής του προσδοκώμενου αποτελέσματος.

Τα στοχαστικά μοντέλα αξιολόγησης επενδύσεων καταρχήν προτάθηκαν, σαν την πλέον αξιόπιστη μέθοδο λήψης αποφάσεων κάτω από συνθήκες κινδύνου, περί τα μέσα της δεκαετίας του 1960. Σκόπιμη είναι η αναφορά στις δύο βασικές μεθόδους προσέγγισης στο πρόβλημα. Η πρώτη στηρίζεται στη χρήση αναλυτικής στατιστικής επεξεργασίας (analytical method) των δεδομένων σχετικά με τις κατανομές των μεταβλητών του προβλήματος - F.S. Hillier (1963, 1964), B. Wagle (1967). Στα πλαίσια αυτά, προσδιορίζονται οι κατανομές των χρηματικών ροών διαφόρων πηγών (διάφορες κατηγορίες κόστους και εσόδων), με βάση αυτές προκύπτουν οι κατανομές των καθαρών ταμειακών ροών των περιόδων του επενδυτικού ορίζοντα

και τέλος αναλυτικά υπολογίζονται οι παράμετροι της κατανομής της μεταβλητής της απόφασης.

Η δεύτερη προσέγγιση περιλαμβάνει την εφαρμογή Προσομοίωσης Monte-Carlo (τυχαίας) του συστήματος για την εξαγωγή της δειγματικής κατανομής του πληθυσμού του δείκτη οικονομικότητας - S.W. Hess και H.A. Quigley (1963), D.B. Hertz (1964). Η εφαρμογή της τεχνικής τύπου Monte-Carlo έγκειται στην "αναπαραγωγή" ενός μεγάλου αριθμού επενδυτικών σχεδίων με χαρακτηριστικά όπως το μελετούμενο. Με αυτόν τον τρόπο αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της εισαγωγής της έννοιας της πιθανότητας του αποτελέσματος μιας δραστηριότητας που στην πραγματικότητα δεν μπορεί να επαναληφθεί κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Ο αριθμός των προσομοιώσεων του συστήματος (επένδυσης) θα πρέπει να είναι τέτοιος που να εξασφαλίζει την εξαγωγή ενός αξιόπιστου στατιστικά δείγματος, με βάση το οποίο γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων του πληθυσμού.

Η εφαρμογή της τυχαίας προσομοίωσης έχει σήμερα καθιερωθεί για τη στοχαστική μελέτη μεγάλου αριθμού φαινομένων με την εξάπλωση των H/Y. Τα μειονεκτήματά της, σε σχέση με την αναλυτική μέθοδο, εστιάζονται κυρίως στο γεγονός ότι η εξαγόμενη κατανομή του δείκτη οικονομικότητας αποτελεί προσέγγιση της πραγματικής και, σε δεύτερο επίπεδο, στην αδυναμία προσδιορισμού των ακραίων σημείων της. Όσον αφορά στο πρώτο, το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με την αύξηση του αριθμού των επαναλήψεων της διαδικασίας ενώ σχετικά με το δεύτερο πρέπει να πούμε ότι για αποφάσεις του τύπου που εξετάζουμε εδώ ο ακριβής προσδιορισμός των ακραίων τιμών δεν αποτελεί ουσιαστική προαίτηση.

Σε αντίθεση με τα προηγούμενα, η με αναλυτικό τρόπο εξαγωγή της κατανομής του οικονομικού κριτηρίου παρουσιάζει συχνά ανυπέρβλητα προβλήματα που έχουν σχέση με την αδυναμία απόδοσης της πιθανότητας εμφάνισης των τιμών όλων των συνεκτιμώμενων τυχαίων μεταβλητών με κάποιες από τις γνωστές διπαραμετρικές κατανομές πυκνότητας - π.χ. κανονική και λογαριθμοκανονική (η απόδοση του τρόπου εμφάνισης των τιμών των μεταβλητών του προβλήματος με δύο παραμέτρους, μέση τιμή και τυπική απόκλιση, διευκολύνει σημαντικά τους απαραίτητους υπολογισμούς). Επιπλέον, σοβαρό πρόβλημα αποτελεί ο απαιτούμενος ακριβής προσδιορισμός του βαθμού συσχέτισης των μεταβλητών αλλά και των αποτελεσμάτων (ταμειακών ροών) των διαδοχικών περιόδων.

Για τους παραπάνω λόγους, η λειτουργικότητα της προσομοίωσης είναι καθοριστική στη βελτίωση των σύγχρονων μεθόδων αξιολόγησης των επενδύσεων και επιλέγεται για εφαρμογή στην εργασία. Η τεχνική περιλαμβάνει τη λήψη τυχαίων τιμών από τις θεωρούμενες κατανομές των μεταβλητών και τον υπολογισμό, για κάθε επανάληψη, μιας τιμής του οικονομικού κριτηρίου. Μετά την ολοκλήρωση του προκαθορισμένου αριθμού των επαναλήψεων ακολουθεί στατιστική επεξεργασία των δειγματικών τιμών για τον υπολογισμό της εκτιμήτριας της μέσης τιμής του πληθυσμού, της τυπικής απόκλισης καθώς και της λοξότητας της κατανομής (τρίτη

κεντρική ροπή, βλέπε και συντελεστής λοξότητας) ¹. Η διαδικασία περιγράφεται συνοπτικά στο σχήμα I.

Η τεχνική έχει ήδη εφαρμοσθεί, σε ικανοποιητικό βαθμό, και σε προβλήματα αξιοποίησης των ορυκτών πόρων (έρευνα και απόφαση εκμετάλλευσης). Σαν μεθοδολογία βρίσκεται ακόμη υπό εξέλιξη αφού εξαρτάται άμεσα από τη δομή του πραγματικού προβλήματος (συστήματος). Οι σοβαρότερες δυσκολίες που εμφανίζονται στην πράξη αφορούν στην απόδοση της μεταβλητότητας των επιμέρους στοιχείων - κόστος, τιμή πώλησης, επενδυτική δαπάνη, χαρακτηριστικά του κοιτάσματος κ.λ.π. -, δηλ. στην επιλογή της κατάλληλης κατανομής πιθανότητας σε κάθε περίπτωση. Η αξιοπιστία άλλωστε της προκύπτουσας κατανομής του οικονομικού κριτηρίου σχετίζεται άμεσα με την "ποιότητα" των χρησιμοποιηθέντων δεδομένων (πληροφοριών, εισόδων της διαδικασίας).

Στις περιπτώσεις που η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής είναι δυνατό να προκύψει από την επεξεργασία δειγματικών τιμών (π.χ. περιεκτικότητα του κοιτάσματος) ή ιστορικών δεδομένων (π.χ. τιμή πώλησης, με την υπόθεση ότι η διαμόρφωση των τιμών στο μέλλον θα ακολουθεί τον ίδιο νόμο), τότε οι παραπάνω δυσκολίες περιορίζονται σημαντικά. Για ένα μεγάλο όμως αριθμό μεταβλητών αυτό δεν ισχύει και ο μελετητής είναι υποχρεωμένος να προχωρήσει στη διατύπωση υποκειμενικών εκτιμήσεων σχετικά με τις πιθανότητες εμφάνισης των τιμών (subjective probabilities). Σε μια τέτοια περίπτωση η έννοια της "πιθανότητας" περιγράφει το βαθμό βεβαιότητας του μελετητή σχετικά με την πραγματοποίηση ενός ενδεχομένου. Είναι φανερό ότι η χρήση υποκειμενικών κατανομών πιθανότητας, δεν μειώνει σε καμιά περίπτωση την αξιοπιστία της πιθανοκρατικής προσέγγισης αφού άλλωστε, η εκάστοτε συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για μια μεταβλητή θα πρέπει να εκφράζει τη διαίσθηση του αποφασίζοντος για το μηχανισμό διαμόρφωσης των τιμών της. Εδώ συνιστάται η κατάλληλη διατύπωση ερωτήσεων στους ειδικούς των οποίων η εμπειρία αποτελεί σημαντική πηγή πληροφοριών. Σημειώνεται επίσης ότι η επεξεργασία ιστορικών δεδομένων από ανάλογες επενδυτικές δραστηριότητες (εκμεταλλεύσεις κοιτασμάτων) στο

¹ Σύμφωνα με την τρέχουσα πρακτική η μέση τιμή (αριθμητικός μέσος) και η διακύμανση ή η τυπική απόκλιση αρκούν για την περιγραφή της κατανομής της μεταβλητής της απόφασης. Η θεώρηση διπαραμετρικών κατανομών (κύρια κανονικών) για το προσδοκώμενο αποτέλεσμα, εξυπηρετεί τον υπολογισμό της πιθανότητας για εμφάνιση τιμών μικρότερων από μίαν ελάχιστα αποδεκτή (κίνδυνος) και γενικώτερα τη λήψη αποφάσεων με μια "ποιοτική" στάθμιση της αναμενόμενης τιμής και του κινδύνου. Είναι γεγονός ότι λόγω του μεγάλου αριθμού των μεταβλητών του προβλήματος και του μεγάλου αριθμού των περιόδων, το ενδεχόμενο εξαγωγής κανονικής κατανομής του κριτηρίου οικονομικότητας είναι πολύ πιθανό (Κεντρικό Οριακό Θεώρημα). Στις περιπτώσεις που κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει, η λοξότητα της κατανομής αποτελεί σημαντικό παράγοντα για τη λήψη της απόφασης.

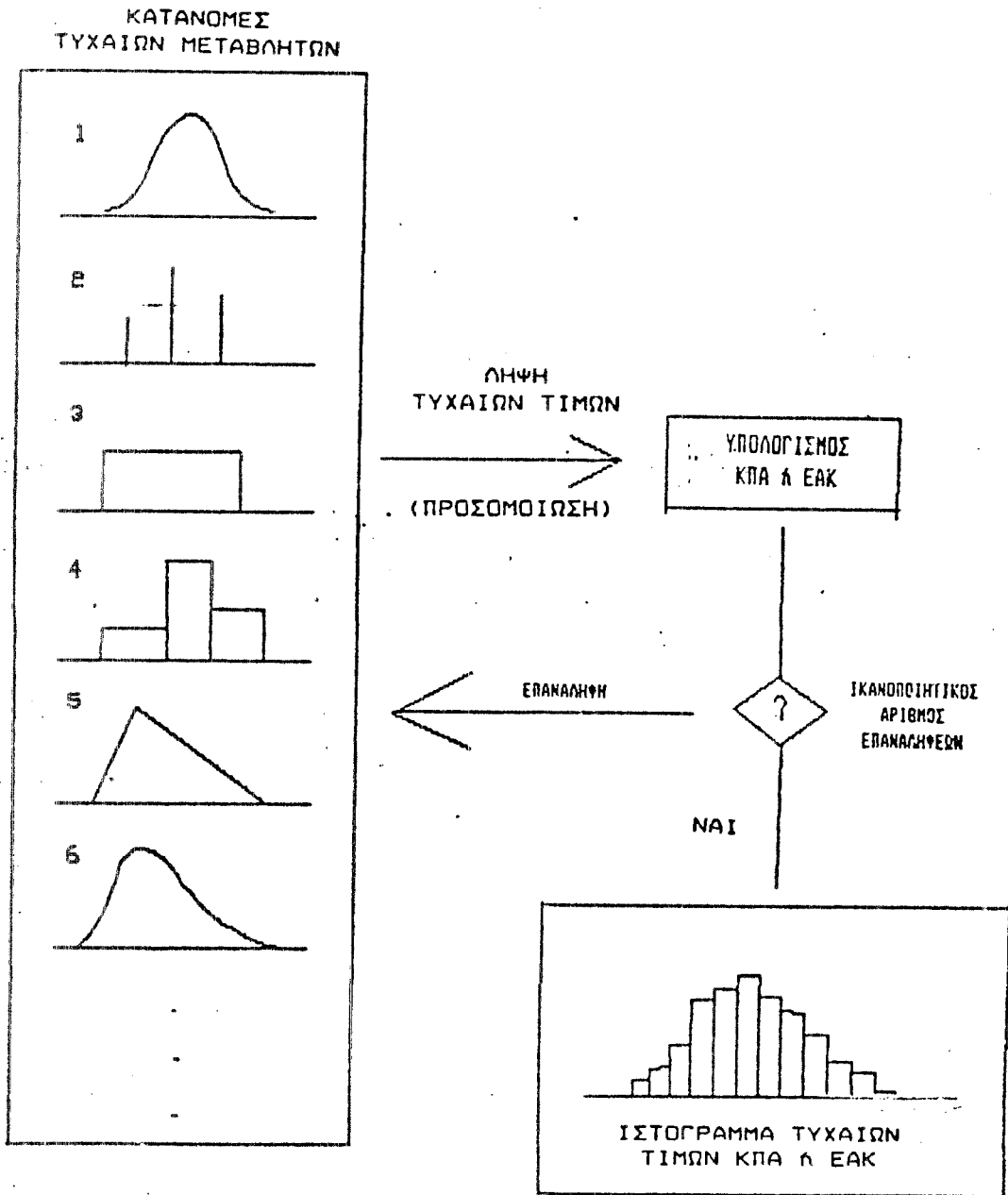
παρελθόν, μπορεί να λειτουργήσει ικανοποιητικά για τον προσδιορισμό εκτιμητριών των μεταβλητών του προβλήματος (πλέον πιθανή ή και αναμενόμενη τιμή).

Η επιλογή μιας συγκεκριμένης κατανομής συναρτάται με το επίπεδο πληροφόρησης σχετικά με τη μεταβλητή. Η ομοιόμορφη κατανομή (uniform distribution), για παράδειγμα - βλ. σχ. I, 3 -, είναι κατάλληλη για τις περιπτώσεις που τα δεδομένα είναι πολύ περιορισμένα, με αποτέλεσμα την αδυναμία αναφοράς σε κάποιες τιμές που παρουσιάζονται πιο πιθανές. Αν, αντίθετα, κάποια εύρη τιμών, μέσα στα οποία είναι ενδεχόμενο να βρεθεί η πραγματική τιμή, θεωρούνται περισσότερο πιθανά, τότε η κλιμακωτή ορθογωνική κατανομή (step rectangular distribution) φαίνεται σαν η πλέον κατάλληλη (σχ. I, 4). Ενδεικτικά αναφέρεται ότι για μεταβλητές που εξετάζονται κατά την αξιολόγηση μιας μεταλλευτικής επένδυσης όπως η αραίωση του εξόρυσσόμενου προϊόντος ή ο βαθμός απασχόλησης της μονάδας, η χρήση της ορθογωνικής κατανομής είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική.

Η τριγωνική κατανομή (triangular distribution), αντίστοιχα, έχει χρησιμοποιηθεί συχνά και συνιστάται για την απόδοση του τρόπου εμφάνισης των τιμών μεταβλητών όπως το λειτουργικό κόστος (κόστος εξόρυξης του προϊόντος ή και κόστος εμπλουτισμού) οπότε η διατύπωση των υποκειμενικών εκτιμήσεων (judgment) περιλαμβάνει την ύπαρξη μιας τιμής σαν πλέον πιθανής. Η γραμμική σχέση που συνδέει την τιμή της πιθανότητας με την τιμή της μεταβλητής κατά την κίνηση από μίαν ακραία τιμή (ανώτερη ή κατώτερη) προς την πλέον πιθανή (βλ. σχ. I, 5), εξυπηρετεί την απλοποίηση της διαδικασίας. Στην πράξη έχει αποδειχθεί ότι η υπόθεση αυτή δεν δημιουργεί σοβαρό πρόβλημα αξιοπιστίας, τουλάχιστον σε βαθμό που να δικαιολογεί το κόστος της προσπάθειας για εξομάλυνση της κατανομής.

Η κατανομή βήτα (beta distribution, σχ. I, 6) αναπτύχθηκε και εφαρμόσθηκε με επιτυχία σε προβλήματα διοίκησης μεγάλων κατασκευαστικών έργων όπου η εκτίμηση μιας ελάχιστης, μιας μέγιστης και μιας πλέον πιθανής τιμής καθώς και η υπόθεση ότι η τυπική απόκλιση ισούται κατά προσέγγιση με το $1/6$ του συνολικού εύρους μεταβολής, οδηγεί στην εξαγωγή ενός αντιπροσωπευτικού μοντέλου εμφάνισης των τιμών της μεταβλητής του κόστους (διοίκηση έργων, μέθοδος PERT²). Το κόστος εγκατάστασης μιας μεταλλευτικής μονάδας - έργα υποδομής, εξοπλισμός, μονάδα εμπλουτισμού, προσπέλαση - αποτελεί χαρακτηριστική περίπτωση τέτοιας μεταβλητής, γεγονός που δικαιολογεί τη χρήση της κατανομής βήτα για την προσομοίωση της επενδυτικής δαπάνης. Όσον αφορά στο χρόνο ολοκλήρωσης του έργου (έτη), η διακριτή κατανομή (discrete distribution, βλ. σχ. I, 2) μπορεί να αποδώσει ικανοποιητικά τις προβλέψεις του αποφασίζοντας σε μίαν ανάλογη περίπτωση.

² Πρόκειται για μέθοδο που αναπτύχθηκε στη δεκαετία του 1950 για τον προγραμματισμό μεγάλων έργων ερευνητικών ή και κατασκευαστικών (PERT, Program Evaluation and Review Technique).



Σχήμα Ι
Λήψη τυχαίας τιμής του κριτηρίου οικονομικότητας.

Τέλος, η κανονική κατανομή (normal distribution, σχ. I, 1), συνιστάται για χρήση στις περιπτώσεις όπου η στατιστική επεξεργασία δειγματικών τιμών - όπου υπάρχουν - της μεταβλητής, ευνοεί την αποδοχή υποθέσεων σχετικά με την κανονικότητα του πληθυσμού. Μεταβλητές αυτού του τύπου είναι το σφάλμα εκτίμησης των χαρακτηριστικών του κοιτάσματος ή της αναμενόμενης τιμής πώλησης του προϊόντος ³.

Θα πρέπει να τονισθεί ότι η επιλογή της κατάλληλης κατανομής για κάθε περίπτωση, αποτελεί συχνά όχι τόσο καθοριστικό πρόβλημα όσο αυτό που προκύπτει από την ανάγκη συνεκτίμησης υφιστάμενων συσχετίσεων μεταξύ των μεταβλητών. Τέτοιες συσχετίσεις είναι αυτές που μπορεί να υφίστανται μεταξύ του κόστους εξόρυξης και της ποιότητας του μεταλλεύματος, του λειτουργικού κόστους στο σύνολό του και του βαθμού απασχόλησης, του τελευταίου και της ποσότητας των αποθεμάτων του κοιτάσματος κ.λ.π.. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος έχουν προταθεί διάφορες μεθοδολογίες. Μία από αυτές προβλέπει την αύξηση του βαθμού πληροφόρησης με τελικό στόχο την εφαρμογή ανάλυσης παλινδρόμησης μεταξύ των συσχετιζόμενων μεταβλητών. Η ανάλυση αυτή μπορεί να εφαρμοσθεί ακόμη και όταν δεν είναι διαθέσιμα δεδομένα (ιστορικές τιμές ή μετρήσεις) για τις μελετούμενες μεταβλητές οπότε προτείνεται η εκτίμηση των συντελεστών συσχέτισης σε "υποκειμενική" βάση. Κάτω από παρόμοιες συνθήκες, η θεώρηση γραμμικής συσχέτισης κρίνεται επαρκής οπότε, με βάση τη σχέση:

$$E[x_2/x_1=x^*] = E[x_2] + \rho_{x_1, x_2} (\sigma_{x_2}/\sigma_{x_1}) (x^* - E[x_1]) ,$$

όπου x_1, x_2 τυχαίες μεταβλητές, x^* μια τιμή της x_1 , $E[.]$ αναμενόμενη τιμή, $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}$ τυπικές αποκλίσεις και ρ_{x_1, x_2} συντελεστής συσχέτισης, είναι δυνατή η εκτίμηση του συντελεστή ρ_{x_1, x_2} ⁴.

Οι επιφυλάξεις όσον αφορά στην αξιοπιστία της τυχαίας προσομοίωσης - λόγω της μη συνεκτίμησης ενδεχόμενων συσχετίσεων μεταξύ των μεταβλητών - μπορούν ακόμη να εξαλειφθούν με τη χρήση μεταβλητών που ανταποκρίνονται σε

³ Ειδικότερα για την τιμή πώλησης του προϊόντος, η αναμενόμενη τιμή της μεταβλητής είναι δυνατό να προκύψει από μια μεγάλη ποικιλία μοντέλων πρόβλεψης. Για παράδειγμα θα μπορούσε να θεωρηθεί η ύπαρξη μιας τάσης διαμόρφωσης της τιμής σε συνδυασμό με την τυχαιότητα.

⁴ Ο μελετητής καλείται να προχωρήσει στην εκτίμηση της ελάχιστης, της μέγιστης και της πλέον πιθανής τιμής της μεταβλητής x_2 , για δεδομένη τιμή της $x_1 = x^*$. Με βάση τις τρεις αυτές τιμές και με την υπόθεση ότι η υπό συνθήκη κατανομή της x_2 (επί της x_1) προσεγγίζεται από την κατανομή βήτα, υπολογίζεται ο συντελεστής ρ_{x_1, x_2} . Όσον αφορά στην επιλογή της τιμής x^* , ο Hillier (1964) προτείνει τη χρήση των δύο ακραίων τιμών της x_1 και τον, στη συνέχεια, υπολογισμό της μέσης τιμής του συντελεστή συσχέτισης.

περισσότερες από μια παραμέτρους του προβλήματος των οποίων η συσχέτιση είναι διαπιστώσιμη αλλά όχι ποσοτικοποιήσιμη - π.χ. αναφορά στο κόστος εξόρυξης αντί της χρήσης μεταβλητών κόστους επιμέρους εργασιών με αλληλεξάρτηση όπως ενδεχόμενα το κόστος μεταφοράς και το κόστος εκρηκτικών. Τέλος, ιδιαίτερα αποτελεσματική στην πράξη αποδεικνύεται η αύξηση του αριθμού των επαναλήψεων της προσομοίωσης με την υπόθεση ανεξαρτησίας των μεταβλητών.

3. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ (CASE STUDY)

Μελετάται η εκμετάλλευση ενός μικτού θείουχου κοιτάσματος Pb-Zn-Ag με υπόγεια μέθοδο. Η, μέχρι τη στιγμή της αξιολόγησης, ερευνητική δραστηριότητα έχει δείξει ότι η μεταβλητότητα της ποσότητας των αποθεμάτων οφείλεται, κατά το πλείστον, στην αυξημένη μεταβλητότητα του πάχους του. Αντίθετα, η έκταση του κοιτάσματος (εξάπλωση) καθώς και το ειδικό βάρος του μεταλλεύματος (εκτίμηση για το ειδικό βάρος είναι $2,8 \text{ tn/m}^3$ ενώ για την έκταση 360.000 m^2) παρουσιάζουν σημαντικά μειωμένα (ως μηδενική για το ειδικό βάρος) διακύμανση, με αποτέλεσμα, για την ανάλυση που ακολουθεί, σαν τυχαία μεταβλητή να λαμβάνεται το πάχος του οποίου το σφάλμα εκτίμησης αποδίδει, στο σύνολό του σχεδόν, το σφάλμα εκτίμησης της ποσότητας.

Οι σφαιρικές εκτιμήσεις για τις γεωλογικές παραμέτρους έχουν ως εξής:

Μέσο πάχος:	2,5 m ,	σφάλμα εκτίμησης:	28%
Μέση περιεκτικότητα Pb:	3% ,	σφάλμα εκτίμησης:	15%
Μέση περιεκτικότητα Zn:	11% ,	σφάλμα εκτίμησης:	15%
Μέση περιεκτικότητα Ag:	56 gpt ,	σφάλμα εκτίμησης:	18%

Όπως διαπιστώνεται, η μεταβλητότητα της περιεκτικότητας Pb είναι ίση με αυτήν της περιεκτικότητας Zn.

Η μελέτη της μεθόδου εκμετάλλευσης έχει οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι τα μηχανικά χαρακτηριστικά του μεταλλεύματος αποτελούν καθοριστικό παράγοντα στην τελική επιλογή. Έτσι, στην περίπτωση που η αντοχή είναι χαμηλή, συνιστάται η εφαρμογή της μεθόδου των εναλλασσομένων κοπών και λιθογομώσεων με φορά από πάνω προς τα κάτω (under cut and fill) ενώ, όταν η αντοχή είναι μέτρια, η εφαρμογή της ίδιας μεθόδου με οριζόντια αυτή τη φορά διατρήματα (horizontal cut and fill). Επισημαίνεται ότι στη δεύτερη περίπτωση, το κόστος της λιθογόμωσης είναι χαμηλότερο ενώ το ίδιο αναμένεται και για το κόστος εξόρυξης (διάτρηση, γόμωση, υποστήριξη, μεταφορά στο μεταλλείο κ.λ.π.). Ο συσχετισμός μεταξύ της αντοχής του μεταλλεύματος (τυχαία μεταβλητή) και του κόστους παραγωγής του μεταλλείου, είναι ο πρώτος που λαμβάνεται υπόψη κατά την εφαρμογή της ανάλυσης επιχειρηματικού κινδύνου που ακολουθεί. Με βάση τις εκτιμήσεις από τα δεδομένα των γεωτρήσεων, η πιθανότητα εμφάνισης χαμηλής αντοχής είναι 70%.

Η χαμηλή αντοχή συνεπάγεται ότι το κόστος λιθογόμωσης θα παρουσιάζει σαν πλέον πιθανή τιμή αυτήν των 4 \$/tn. Η εκτίμηση για την ελάχιστη και μέγιστη τιμή είναι, αντίστοιχα, 3 \$/tn και 6 \$/tn. Στην περίπτωση μέτριας αντοχής (καλύτερες συνθήκες), με βάση πάντα τις εκτιμήσεις της μελετητικής ομάδας, η πλέον πιθανή τιμή θα είναι 2 \$/tn, η ελάχιστη 1,5 \$/tn και η μέγιστη 3 \$/tn. Παράλληλα, και στις δύο περιπτώσεις, το κόστος εξόρυξης εκτιμάται ότι θα παρουσιάζει ελάχιστη τιμή 7 \$/tn και μέγιστη 15 \$/tn. Όταν το μεταλλεύμα είναι χαμηλής αντοχής, η πλέον πιθανή τιμή της μεταβλητής εκτιμάται σε 12 \$/tn ενώ, όταν η αντοχή εμφανίζεται μέτρια, σε 10 \$/tn (μειώνεται σχετικά).

Όσον αφορά στο συντελεστή απόληψης των in-situ αποθεμάτων, εκτιμάται ότι αυτός μπορεί να παίρνει τιμές στο διάστημα από 90% ως 98% με την ίδια πιθανότητα. Αντίθετα, η αραίωση εξαρτάται άμεσα από το πάχος του κοιτάσματος. Γενικά, η μεταβλητή αυτή προβλέπεται να παίρνει τιμές στο διάστημα από 5% ως 15%. Ειδικότερα, όταν το πάχος του κοιτάσματος είναι μικρότερο των δύο μέτρων, η πιθανότητα να προκύψει τιμή στο διάστημα από 5% ως 10% είναι 30% (70% για το διάστημα 10%-15%) ενώ όταν το πάχος υπερβαίνει τα δύο μέτρα, η πιθανότητα αυτή γίνεται 60% (40% για το διάστημα 10%-15%).

Η επένδυση προβλέπεται να περιλαμβάνει και εγκατάσταση εμπλουτισμού (μέθοδος διαφορικής επίπλευσης) για την παραγωγή δύο βασικών προϊόντων, συμπυκνώματος γαληνίτη (PbS) και συμπυκνώματος σφαλερίτη (ZnS). Ο λόγος "συμπύκνωμα προς τροφοδοσία" καθώς και οι ανακτήσεις Pb, Zn και Ag, και για τα δύο αυτά προϊόντα, θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές. Στην περίπτωση του συμπυκνώματος PbS, ο παραπάνω λόγος εκτιμάται ότι μπορεί να παίρνει τιμές στο διάστημα από 1,5% ως 3% με πλέον πιθανή αυτήν του 2%. Όσον αφορά στην ανάκτηση του Pb, θα παίρνει τιμές στο διάστημα από 70% ως 75% ενώ του Ag, στο διάστημα από 40% ως 45%, με την ίδια πιθανότητα εμφάνισης. Για το συμπύκνωμα ZnS, ο λόγος συμπύκνωμα/τροφοδοσία αναμένεται να παίρνει τιμές μεταξύ του 13% και 18%, με πλέον πιθανή αυτή του 15%, οι δε ανακτήσεις των Zn και Ag τιμές μεταξύ 90% και 95% και 45% και 50%, αντίστοιχα, με την ίδια, και εδώ, πιθανότητα εμφάνισης. Το κόστος του εμπλουτισμού - ανά τόνο τροφοδοσίας - εκτιμάται σε 4 \$/tn (πλέον πιθανή τιμή) η δε ελάχιστη και μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει, είναι αντίστοιχα, 3 \$/tn και 6 \$/tn. Το κόστος μεταφοράς του συμπυκνώματος προβλέπεται να παρουσιάζει πολύ μικρή (αμελητέα) διακύμανση και, για το λόγο αυτό, λαμβάνεται υπόψη σαν σταθερά, ίση με 10 \$/(tn συμπυκνώματος).

Η δυναμικότητα της σχεδιαζόμενης μονάδας προγραμματίζεται σε 250.000 τόννους το χρόνο. Όσον αφορά στην ετήσια παραγωγή, αυτή προβλέπεται να παίρνει τιμές στο διάστημα από 150.000 tn μέχρι 250.000 tn (δυναμικότητα). Οι πιθανότητες εμφάνισης τιμών στα επιμέρους διαστήματα, εκτιμώνται σε 30%, για το διάστημα από 150.000 ως 200.000 tn, σε 50%, για το διάστημα από 200.000 ως 230.000 tn και σε 20%, για το διάστημα από 230.000 ως 250.000 tn. Με βάση την προγραμματιζόμενη δυναμικότητα και λόγω αυξημένης

αβεβαιότητας σχετικά με τις συνθήκες προετοιμασίας της εκμετάλλευσης (προβλήματα εξαιτίας της ανομοιογένειας των περιβαλλόντων το κοίτασμα πετρωμάτων), η εκτίμηση της επενδυτικής δαπάνης περιβάλλεται από σχετικά αυξημένη αβεβαιότητα. Οσον αφορά στην ελάχιστη και μέγιστη τιμή της, αυτές προβλέπονται ίσες με 16εκ.\$ και 26εκ.\$, αντίστοιχα. Η εκτίμηση για την πλέον πιθανή τιμή προκύπτει σε σχέση με τη διάρκεια της προπαρασκευαστικής περιόδου. Στην περίπτωση που η τελευταία διαρκέσει δύο χρόνια - πιθανότητα 60% -, η εκτίμηση της απαιτούμενης δαπάνης ανέρχεται σε 20εκ.\$ ενώ, όταν η προετοιμασία απαιτήσει χρονικό διάστημα τριών χρόνων - πιθανότητα 40% -, η παραπάνω εκτίμηση φθάνει τα 22εκ.\$.

Σχετικά με τον τρόπο υπολογισμού της αξίας των συμπυκνωμάτων, με βάση την περιεκτικότητά τους σε χρήσιμα συστατικά⁵, χρησιμοποιούνται οι παρακάτω τύποι.

Συμπύκνωμα PbS:

αξία για τον περιεχόμενο Pb

$$[0,95x(\text{Pb}\%)/100-0,21]x(\text{Τιμή Pb}),$$

αξία για τον περιεχόμενο Ag

$$[0,98x(\text{Ag gpt})-45]x(\text{Τιμή Ag}) \text{ όταν } (\text{Ag gpt}) > 600 \text{ gpt.}$$

$$0,92x(\text{Ag gpt})x(\text{Τιμή Ag}) \text{ όταν } (\text{Ag gpt}) < 600 \text{ gpt.}$$

Συμπύκνωμα ZnS:

αξία για περιεχόμενο Zn

$$[0,85x(\text{Zn}\%)/100-0,18]x(\text{Τιμή Zn}),$$

αξία για περιεχόμενο Ag όπως και για το συμπύκνωμα PbS

Τα (Pb%), (Zn%), (Ag gpt) συμβολίζουν τις περιεκτικότητες των μετάλλων στο συμπύκνωμα ενώ η (Τιμή Pb,Zn,Ag) τις τιμές τους στην αγορά (LME).

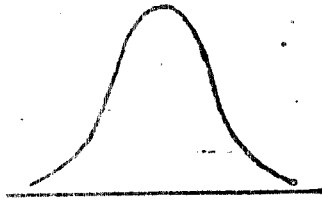
Η εκτίμηση των τιμών των περιεχόμενων μετάλλων έγινε με τη χρήση οριζόντιου προτύπου πρόβλεψης (κινητός μέσος 12 περιόδων). Σε μια τέτοια περίπτωση, το σφάλμα εκτίμησης (διακύμανση) είναι διαφορετικό για κάθε περίοδο (έτος). Οι αναμενόμενες (μέσες) τιμές των μετάλλων - κατά την τρέχουσα περίοδο αξιολόγησης της επένδυσης - εκτιμώνται σε 380 \$/tn για το Pb, 1500 \$/tn για τον Zn και 0,18 \$/g για τον Ag. Το σφάλμα εκτίμησης κατά την ίδια περίοδο είναι 20%, για τις τιμές των Pb και Zn και 25%, για την τιμή του Ag - η τιμή του τελευταίου εμφανίζει μεγαλύτερη μεταβλητότητα.

Η λήψη τυχαίων τιμών του κριτηρίου οικονομικότητας (τυχαία προσομοίωση της επένδυσης) επιτυγχάνεται με τη χρήση της κανονικής κατανομής, για την απόδοση της μεταβολής των χαρακτηριστικών (μέσων τιμών) του κοιτάσματος καθώς και των τιμών των περιεχόμενων μετάλλων στην αγορά (διαφορετικό σφάλμα για κάθε έτος παραγωγής) - βλέπε σχετικά στο σχήμα II. Για την απόδοση της μεταβολής της αντοχής του μεταλλεύματος καθώς και της διάρκειας της προπαρασκευαστικής

⁵ Οι περιεκτικότητες σε βλαπτικά συστατικά δεν λαμβάνονται υπόψη. Το γεγονός αυτό προϋποθέτει ότι η περιεκτικότητα των συστατικών αυτών στο μετάλλευμα είναι αμελητέα. Η υπόθεση αυτή γίνεται αποδεκτή για το συγκεκριμένο κοίτασμα.

περιόδου, χρησιμοποιείται η διακριτή κατανομή. Η τυχαία μεταβολή της απόληψης του μεταλλεύματος καθώς και της ανάκτησης των μετάλλων στα συμπυκνώματα, αποδίδεται με την ομοιόμορφη κατανομή. Για την αραίωση χρησιμοποιείται η ορθογωνική κατανομή (πιθανότητα σε κάθε διάστημα εξαρτάται από την τυχαία τιμή του πάχους του κοιτάσματος) όπως και για το βαθμό απασχόλησης της παραγωγικής μονάδας. Η απόδοση της μεταβολής των λόγων συμπύκνωμα/τροφοδοσία - για τα δύο προϊόντα του εμπλουτισμού -, του κόστους εξόρυξης (πλέον πιθανή τιμή εξαρτάται από την αντοχή του μεταλλεύματος), λιθογόμωσης και εμπλουτισμού, επιτυγχάνεται με τη χρήση της τριγωνικής κατανομής. Τέλος, η τυχαία τιμή της επενδυτικής δαπάνης λαμβάνεται από μια κατανομή βήτα, της οποίας η πλέον πιθανή τιμή εξαρτάται από την τυχαία τιμή της διάρκειας της προπαρασκευαστικής περιόδου.

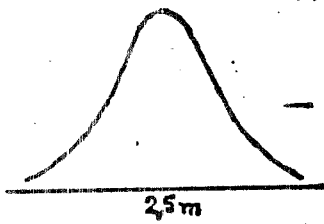
Ποιότητα μετ/τος (% Pb, Zn)



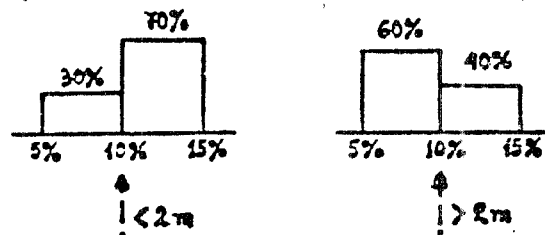
Απόδοση μετ/τος



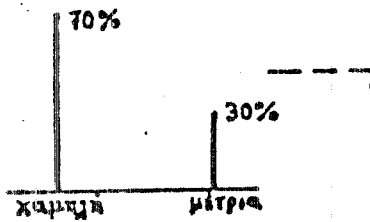
Πάχος Κοιτίτος



Αραίωση μετ/τος

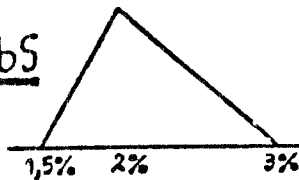


Αντοχή



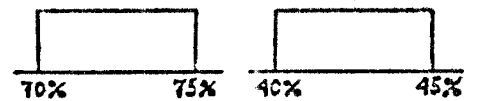
Συμπ/μα : Τροφή

PbS

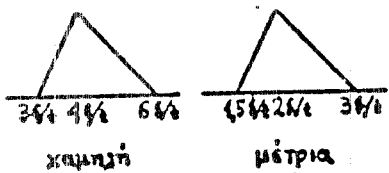


Ανάκτηση Ag

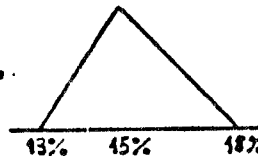
Ανάκτηση Pb



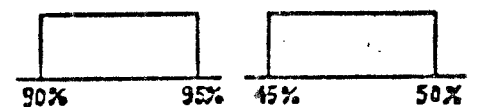
Κόστος Λιθοτόμησης



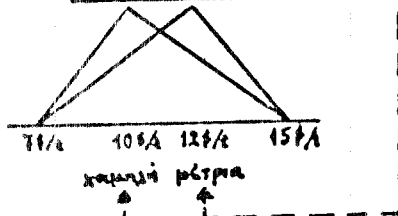
ZnS



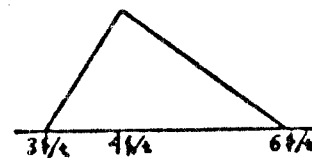
Ανάκτηση Zn



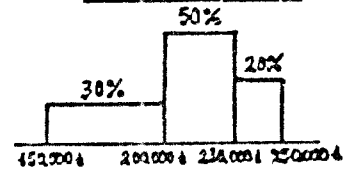
Κόστος Εξόρυξης



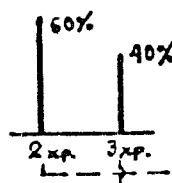
Κόστος Εμπροσθητού



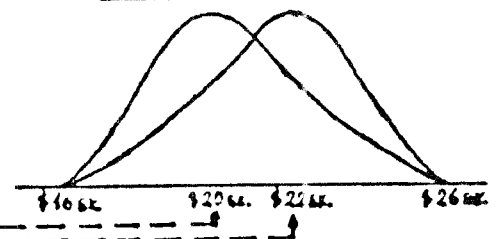
Ετήσια Παραγωγή



Διάρκεια Περιόδου Προπαρασκευής



Επενδυτική Δαπάνη



Σημείωση οικονομίες κλίμακας μόνο για τις σταθερές δαπάνες

Σχήμα II

4. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Bierman, H. Jr., Smidt, S. (1983), "Οικονομικός Προγραμματισμός Επενδύσεων: Αρχές για τη Λήψη Αποφάσεων", Τόμοι Α' και Β', Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα, 4^η έκδοση.
2. Μπούρης, Β.Π. (1979), "Μέθοδοι Αξιολόγησης Επενδυτικών Σχεδίων", Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα.
3. Archer, S.H., D'Ambrosio, C.A. (1966), "Business Finance: Theory and Management", The MacMillan Company, New York.
4. Moore, P.G., Thomas, H. (1984), "The Anatomy of Decisions", Penguin Books Ltd., 1st edition 1976.
5. Hertz, D.B. (1964), "Risk Analysis in Capital Investment", Capital Investment Series, Part I, σελ. 159/170, αναδημοσίευση από "Harvard Business Review", No 64106, Ιαν. - Φεβρ. 1964.
6. Wagle, B. (1967), "A Statistical Analysis of Risk in Capital Investment Projects", Operational Research Quarterly, Vol. 18, No 1, σελ. 13/33.
7. Payne, J.A. (1982), "Introduction to Simulation", McGraw-Hill Book Company.
8. Whitney, J.W., Whitney, R.E. (1981), "Investment and Risk Analysis in the Minerals Industry", Short Course Notes, Reno, Nevada, Revision No 3, Φεβρουάριος 1981.
9. Gentry, D.W. (1988), "Minerals Project Evaluation - An Overview", Transactions IMM, Ιανουάριος 1988, σελ. A25/A35.
10. Hichens, A.P., Duffy, S.P. (1984), "Financial Evaluation and Planning", 18th APCOM, London, σελ. 755/763.
11. Wells, H.M. (1979), "On the Use and Validity of Probabilistic Methods in Mine Valuation", Computer Methods for the 80's, ed. A. Weiss, SME - AIME, New York, σελ. 581/586.
12. Harris, D.P. (1970), "Risk Analysis in Mineral Investment Decisions", Transactions AIME, Vol. 247, No 3, Σεπτέμβριος 1970, σελ. 193/201.
13. Newendorp, P.D. (1984), "A Strategy for Implementing Risk Analysis", Journal of Petroleum Engineering, Οκτώβριος 1984, σελ. 1791/1796.
14. O'Hara, T.A. (1982), "Analysis of Risk in Mining Projects", CIM Bulletin, Vol. 75, Ιούλιος 1982, σελ. 84/90.
15. O'Hara, T.A. (1980), "Quick Guides to the Evaluation of Orebodies", CIM Bulletin, Φεβρουάριος 1980, σελ. 87/99.
16. Dran, J.J. (1975), "Technique of Risk Analysis especially suitable for the Small Miner", Transactions AIME, Vol. 258, Σεπτέμβριος 1975, σελ. 263/264.
17. Pouliquen, L.Y. (1970), "Risk Analysis in Project Appraisal", World Bank Staff Occasional Papers No 11, John Hopkins University Press, 1979.
18. Reutlinger, S. (1970), "Techniques of Project Appraisal under Uncertainty", World Bank Staff Occasional Papers No 10, John Hopkins University Press, 1979.
19. MacKenzie, B.W., Bilodeau, M.L. (1986), "Mineral Project Evaluation Techniques and Applications", Seminar

Notes, Professional Development Seminar, McGill University, Dpt. of Mining & Metall. Eng., Ιανουάριος 1986.

20. Μπομπός, Απ. (1984), "Παραγωγή τυχαίων αριθμών και παραγωγή δειγμάτων τυχαίων μεταβλητών", Σεμινάριο Ε.Ε.Ε.Ε. "Προσομοίωση: Εφαρμογές στη Λήψη Αποφάσεων", Αθήνα, Οκτώβριος 1984.

21. Καστής, Ν. (1989), "Βιομηχανική Αξία Κατηγοριών Αποθεμάτων ως παράγοντας για τη Λήψη Επενδυτικών Αποφάσεων", Διδακτορική Διατριβή, Ε.Μ.Π., Αθήνα 1989, σελ. 21/35.

22. Brown, G.A. (1970), "The Management Sciences in Mining", C.I.M. Special Vol. No 12, 1970, σελ. 306/310.

23. Munro, A.H. (1977), "Application of Risk Analysis to a new Gold Mine", 15th APCOM, Australia, 1977, σελ. 471/480.

24. Hertz, D.B. (1983), "Risk Analysis and its Applications", John Wiley, 1983.

25. Hertz, D.B. (1984), "Practical Risk Analysis", John Wiley, 1984.

ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ

Επενδυτικό σχέδιο (Investment Project)

Συνοψίζονται οι προβλεπόμενες για το σύνολο των αμοιβαίων
δραστηριοτήτων, με σκοπό να γίνει μια αξιολόγηση
σε πραγματικούς δολάρια

επένδυση \rightarrow έξοδα

επενδυτικό σχέδιο \rightarrow εισοδήματα - έξοδα

— Εκτίμηση αποδοτικότητας επενδυτικού σχεδίου

Χρήμα $\xrightarrow{\text{κερδοί}}$ τόκος

Χρήμα $\xrightarrow{\text{χάρα}}$ πλημμελισμός

ΤΟΚΙΣΜΟΣ

Συμβολισμοί K : ποσό κατάθεσης, f : μελλοντικό ποσό

P : παρούσα αξία μελλοντικού ποσού

n : αριθμός ετών

v : αριθμός χρονικών περιόδων έτη (ετήσια)

A : αριθμός ημερών κατ' έτος

i : ετήσιο επιτόκιο

1. Απλός Τόκος (Simple Interest)

απόδοση έτη $F = K(1+i)$, $P = F(1+i)^{-1}$

2. Ετήσιος σύντοκος σε n έτη

$F = K(1+i)^n$, $P = F(1+i)^{-n}$

3. Ανατομικός ν φορές το έτος

$$F = K(1 + \frac{i}{v})^{nv}, P = F(1 + \frac{i}{v})^{-nv}$$

4. Συνεχής ανατομικός

$$F = Ke^{in}, P = Fe^{-in}$$

Πρακτικά ο συνεχής ανατομικός δίνει διαφέρη από την περίπτωση

ΙΣΕΣ ΠΛΗΡΩΜΕΣ (EQUAL PAYMENTS)

1) Ανατομική με ετήσιο

$$F = k(1+i)^{n-1} + k(1+i)^{n-2} + \dots + k = k \sum_{k=0}^{n-1} (1+i)^k = k \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \Rightarrow P = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

2) Ανατομικός ν φορές το έτος

$$F = k(1 + \frac{i}{v})^{v(n-1)} + k(1 + \frac{i}{v})^{v(n-2)} + \dots + k = k \sum_{k=0}^{n-1} (1 + \frac{i}{v})^{vk} \Rightarrow F = k \left[\frac{(1 + \frac{i}{v})^{nv} - 1}{(1 + \frac{i}{v})^v - 1} \right] \Rightarrow P = F \left[\frac{(1 + \frac{i}{v})^v - 1}{(1 + \frac{i}{v})^{nv} - 1} \right]$$

3) Συνεχής Ανατομικός

$$F = ke^{i(n-1)} + ke^{i(n-2)} + \dots + k = k \sum_{k=0}^{n-1} e^{ik} \Rightarrow F = k \left[\frac{e^{in} - 1}{e^i - 1} \right] \Rightarrow P = F \left[\frac{e^i - 1}{e^{in} - 1} \right]$$

Ποσό k , n φορές υπέρ i (δηλαδή $(1+i)^n$)

$$F_1 = k(1 + \frac{n-1}{1}i) + k(1 + \frac{n-2}{1}i) + \dots + k = k \left[n + \frac{i}{1} \sum_{k=1}^{n-1} k \right]$$

$$= k \left[\frac{2n + (n-1)i}{2} \right]$$

δηλ. είναι 6 φορές κι είναι k φορές

$$F_2 = k(1 + \frac{5}{6}i) + k(1 + \frac{4}{5}i) + \dots + k = k \left[6 + \frac{i}{6} \sum_{k=1}^5 k \right]$$

$$= k \left[\frac{12 + 5i}{2} \right] = k [6 + 2.5i]$$

Περί την μέση ανάλυση $F = k \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$

$$F = k \left[\frac{2n + (n-1)i ((1+i)^n - 1)}{2i} \right]$$

ή προσαρτημένα

$$F = k \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n/2} - 1} \right]$$

$$\text{ή } P = F \left(\frac{(1+i)^{n/2} - 1}{(1+i)^n - 1} \right)$$

Ανάλυση v φορές n φορές

$$F = k \left[\frac{(1+\frac{i}{v})^{vn} - 1}{(1+\frac{i}{v})^{v/2} - 1} \right]$$

$$\text{ή } P = F \left[\frac{(1+\frac{i}{v})^{v/2} - 1}{(1+\frac{i}{v})^{vn} - 1} \right]$$

Συνεχώς ανατομικός

$$F = K \left(\frac{e^{in} - 1}{e^{in} - 1} \right) \text{ ή } P = F \left[\frac{e^{i/2} - 1}{e^{in} - 1} \right]$$

Χρεωλυτικός πληρωτής (Sinking fund payments)

Ποσό P διατίθεται για να γίνει διαδοχικά η ετήσια πληρωμή δόσεων K

α) Ποσό K καλύπτει ετήσια (η ετήσια πληρωμή)

$$K = P \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

ή από τις δόσεις $F = K \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$
 ή από το δάνειο $F = P (1+i)^n$

β) ανατομικός τόκος ετήσιος

$$K = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{1 - (1+i)^{-n}}$$

γ) συνεχώς ανατομικός

$$K = P \left[\frac{e^i - 1}{1 - e^{-in}} \right]$$

Απλομετρία

- 1 νομισματικός πληθωρισμός
- 2 διαφορισμός
- 3 γενικός

Συνολική ζήτηση

Εάν p είναι βλ. συνολικό
 $C_n(\delta) = C_0 (1 + \delta)^n$ (1)

Εάν p είναι βλ. ζήτησης
 $C_n(p) = C_0 (1 - p)^n$ (2)

Εάν p είναι απόφαση της αγοράς

(1) + (2) $C_n = C_0 [(1 + \delta)(1 - p)]^n$

- σταθερό νόμισμα
- ζήτησης νόμισμα

ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ

Αποσβέσεις θεωρούνται ως δαπάνες

- κτιρίων & γενικός ζήτησης
- ζήτησης για και καλύτερης δόσεων
- τεχνικού εξοπλισμού και εγκαταστάσεων
- διάφορες κερδοφορίας και επενδύσεων
- δόσεις

Η αποσβέσιμη

- Αγορά για
- Κόστος και άλλα

Η χρηματική αξία ενός αγαθού που χρησιμοποιείται για να αρχίσει την λειτουργία του αντικείμενο ως επένδυση, ουσιαστικά ως αρχικό κεφάλαιο μίσθωσης, το οποίο συνήθως περιλαμβάνει:

- Δαπάνες τρέπουσας οργάνωσης
- κόστος αμειψίσεων άγους
- ταμειακό διαθέσιμο για πύρωτη αμοιβήσεων

Ίδια κεφάλαια

- Το μετοχικό κεφάλαιο
- Το προερχόμενο από αυτοκρηματοδότηση

≡ Ίδια κεφάλαια

- Τα τραπεζικά (ή από άλλες πηγές) δάνεια
- Τα ομολογιακά δάνεια

Ταμιακή ροή = Ταμιακές εισροές - Εκροές

ΑΠΟΣΒΕΣΤΙΣ

Συνάντες κεφαλαίων. → αηθβββ

- Φορολογική απαίτηση

λογιστική διαπίστωση της προκλιμακωμένης ζητίας στην ζωή του ενεργητικού που υφίσταται αναγκαστική απώλεια με την πάροδο του χρόνου

- συντελεστές αποσβέσεων για διάφορα προϊόντα

- Οικονομική αηθβββ

Δε προβλήματα ανακατάστασης μηχαν. εξοπλισμού--

Εάν G κόστος εξοπλισμού με παρούσα αξία για χρονικό διάστημα t χρησιμοποιήσεως v B_v υπολειμματική αξία με v χρόνο v B_0 αρχική αξία, α : συντελεστή προεξοφτήσεως

$$G = B_0 - \frac{B_v}{(1+\alpha)^v} = B_0 - \frac{B_1}{(1+\alpha)} + \frac{B_1}{(1+\alpha)} - \frac{B_2}{(1+\alpha)^2} + \frac{B_2}{(1+\alpha)^2} - \frac{B_v}{(1+\alpha)^v}$$

$$= \frac{(1+\alpha)B_0 - B_1}{(1+\alpha)} + \frac{(1+\alpha)B_1 - B_2}{(1+\alpha)^2} + \dots + \frac{(1+\alpha)B_{v-1} - B_v}{(1+\alpha)^v}$$

Κόστος αετιουργίας
 για λόγους κοστολογικούς, διατιμήσεων και εφορίας
 πραγματική δαπάνη
 → Βιομηχανική απόβρωση

Μέθοδος ανακτίσεως κατατίου
 τρόπος ανάκτησης του δαπανηθέντος κεφαλαίου
 → χρηματοοικονομική απόβρωση

αρχική αξία C , αμεινόμενα αξία D
 επιτόκιο προεξόφλησεως α , ημερομίσθιο δ
 n έτη χρόνου ζωής

Επίστροφη Απόβρωση D

$$D(1+\alpha)^{n-1} + D(1+\alpha)^{n-2} + \dots + D = C(1+\delta)^n - S$$

$$\Rightarrow D \sum_{k=1}^n (1+\alpha)^{n-k} = C(1+\delta)^n - S$$

$$\Rightarrow D \left[\frac{(1+\alpha)^n - 1}{\alpha} \right] = C(1+\delta)^n - S$$

$$D = \left[C - \frac{S}{(1+\delta)^n} \right] \left[\frac{\alpha(1+\delta)^n}{(1+\alpha)^n - 1} \right]$$

Μέθοδοι αποσβέσεων.

1. Γραμμική αποσβέση (Straight line depreciation)

Συντελεστής αποσβέσεως $F_v = \frac{1}{v}$ ετησίως, v έτη αποσβ. περιόδου

Ετήσια αποσβέση $D_v = \frac{A}{v}$

Άθροισμα αποσβέσεων v έτη: $G_v = \sum_{k=1}^v D_k$

Υπολειπόμενη αξία στο χρόνο v έτη: $B_v = C - G_v = C - \frac{vA}{v}$

Παρούσα αξία αποσβ. έτη v : $P_v = \frac{A(1+\alpha)^{-v}}$

ή παρούσα αξία αποσβέσεων v έτη: $Q_v = \frac{A}{v} \sum_{k=1}^v (1+\alpha)^{-k}$

ή $Q_v = \frac{A}{v} \left[\frac{1 - (1+\alpha)^{-v}}{\alpha} \right]$

2. Αριθμητική αποσβέση (Sum of digit depreciation)

ο συντελ. αποσβέσεως F_v δίνων

$$v + (v-1) + (v-2) + \dots + 1 = \frac{v(v+1)}{2}, \quad \frac{2(v+(v-1)+\dots+1)}{v(v+1)} = 1$$

$$\sum_{k=1}^v \frac{2(v-k+1)}{v(v+1)} = 1 \quad F_v = \frac{2(v-k+1)}{v(v+1)}$$

$D_v = \frac{2A(v-k+1)}{v(v+1)}$ άθροισμα v έτη $G_v = \frac{2A}{v(v+1)} \sum_{u=1}^v (v-u+1)$

$P_v = \frac{2A(v-v+1)(1+\alpha)^{-v}}{v(v+1)} = \frac{vA(2v-v+1)}{v(v+1)}$

$$Q_v = \frac{2A((1+\alpha)^{-v} - (1-\alpha^v))}{v(v+1)\alpha^2}$$

3. Πεπερατή απόσβεση (Declining Balance)

Θεωρ. σταθερά βλάβη απόσβ. R για n έτη εως
 ενώ ο συσχετισμός απόσβ. είναι $\frac{R}{1-R}$.

$$R + R(1-R) + R(1-R)^2 + \dots + R(1-R)^{n-1} = R \left[\frac{1 - (1-R)^n}{R} \right] =$$

$$= \frac{1 - (1-R)^n}{1 - (1-R)}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^n \frac{R(1-R)^{k-1}}{1 - (1-R)} = 1$$

Το R ορίζεται ως $\frac{1}{v}, \frac{1}{v+1}, \dots, \frac{1}{v+n}$ κ.λπ.

$$F_v = \frac{R(1-R)^{v-1}}{1 - (1-R)^v}, \quad D_v = \frac{AR(1-R)^{v-1}}{1 - (1-R)^v}$$

$$S_v = \frac{AR \sum_{k=1}^v (1-R)^{k-1}}{1 - (1-R)^v} = \frac{A(1 - (1-R)^v)}{1 - (1-R)^v}$$

Απομένει να βρούμε το v ετών

$$B_v = C - \frac{A(1 - (1-R)^v)}{1 - (1-R)^v}$$

Παρ. για v ετών: $P_v = \frac{A \cdot R}{(1 \pm R)(1 \pm (1 \pm R)^v)} \left[\frac{1 \pm R}{1 \pm \alpha} \right]^v$

v ετών $Q_v = \frac{AR}{(R \pm R) \left(-1 \pm \left[\frac{1 \pm R}{1 \pm \alpha} \right]^v \right)}$

Για $R = \frac{2}{v}$ ή μεθόδους $\frac{2}{v}$ ή διπλάσια $\frac{2}{v}$ γαστρώσεως
 (double declining balance depr.)

Αν ισχύει $(+ \rightarrow)$ έχουμε και τον $\frac{2}{v}$ ορισμό απόσβεσης
 όπου ο συσχ. απόσβεσης είναι $\frac{R}{1-R}$

$$F_v = \frac{R(1+R)^{v-1}}{(1+R)^v - 1}$$

Απόσβεση με ρυθμό παραγωγής

T ολική παραγωγή v ετών

Tv παραγωγή έτους v

$$Fv = \frac{Tv}{T} \quad Dv = \frac{A \cdot Tv}{T}$$

$$Cv = \frac{A}{T} \sum_{k=1}^v Tk, \quad Pv = \frac{ATv(1+a)^{-v}}{T}, \quad \left(Qv = \frac{A}{T} \sum_{k=1}^v Tk(1+a)^{-k} \right)$$

Επί η περίπτωση σταθ. ετήσι παραγωγής (φωτ. απόσβεση)

ελεύθερη απόσβεση (free & accelerated depreciation)

Η ετήσια απόσβεση = ούλοιο διαδ. ετήσια ταμιαία ροή έχει συντήρησης της συνολικώς απόσβεσίμου υδδδδδ

Απόσβεση επί Αφορολόγητης περιόδου

Τις μία ορισμένη σειρά ετών α Ε.Σ διαφέρει τα φορολογήσιμα Η απόσβεση αρχίζει επί τέρη τής αφορολόγητης περιόδου

Κριτήριο επιλογής μεθόδου απόσβεσης

Αυτή που οδηγεί επί μεγαλύτερη Πχρσίρα υδδδδ υδδδδδ υδδδδδδδδδ

Κριτήριο αξιολόγησης επενδύσεων

- ένα σχέδιο παραγωγής ή αγοράς
- σειρά κατατάξης από ένα σύνολο επενδ. σχεδίων

1. καθαρή παρούσα αξία (Net Present Value)

ορίζεται η τιμή που αποδίδεται στη προσφ. ετήσιων ταμιακών ροών

$$(NPV) = N \left[\frac{(1+\alpha)^N - 1}{\alpha(1+\alpha)^N} \right] - E$$

ετήσια υλοποίηση
χρονική στιγμή t

N αριθ. ετών, E επένδυση

$$(NPV) = \sum_{i=1}^n F_i (1+\alpha)^{-i}$$

\uparrow ΤΑΜ. ΡΟΕΣ.

Για $NPV = 0$ η απόδοση επένδυσης = προσφ. επιτόκιο

Όσο $NPV \uparrow$ τόσο πιο ευεπίλυτη η επένδυση.
μόνο σε περίπτωση ίδιας επένδυσης και χρόνου f_{max}
μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν κριτήριο κατάταξης

Παραλλαγή

η καθαρή ετήσια τιμή (Net Annual Value, NAV)

$$(NAV) = (NPV) \left[\frac{\alpha}{1 - (1+\alpha)^{-N}} \right]$$

ο δείκτης κέρδους (Profitability Index, PI)

$$PI = \frac{N}{E} \left[\frac{(1+\alpha)^N}{\alpha(1+\alpha)^N} \right]$$

$$\bar{N} \quad PI = \frac{\sum N_i (1+\alpha)^{-t_i}}{\sum E_i (1+\alpha)^{-t_i}} \quad , \quad \frac{\text{απόδοση από επένδυση}}{\text{επένδυση}}$$

δ) Λόγος ετήσιων ωφέλιμων
(ANNUAL BENEFIT RATIO, ABR)

σημείο υπό καθαρής ετήσιας αξίας, δια παραγωγής ετήσιων επενδύσεων

$$(ABR) = \frac{(NPV)}{E} \left[\frac{a}{1 - (1+a)^{-n}} \right]$$

$$i (ABR) = \frac{NPV}{\sum_{i=1}^n E_i (1+a)^i} \left[\frac{a}{1 - (1+a)^{-n}} \right]$$

Διαφ. ύψος επένδυσης και χρέους ζωής

$(ABR) \geq c$ - κριτήριο κατάταξης.

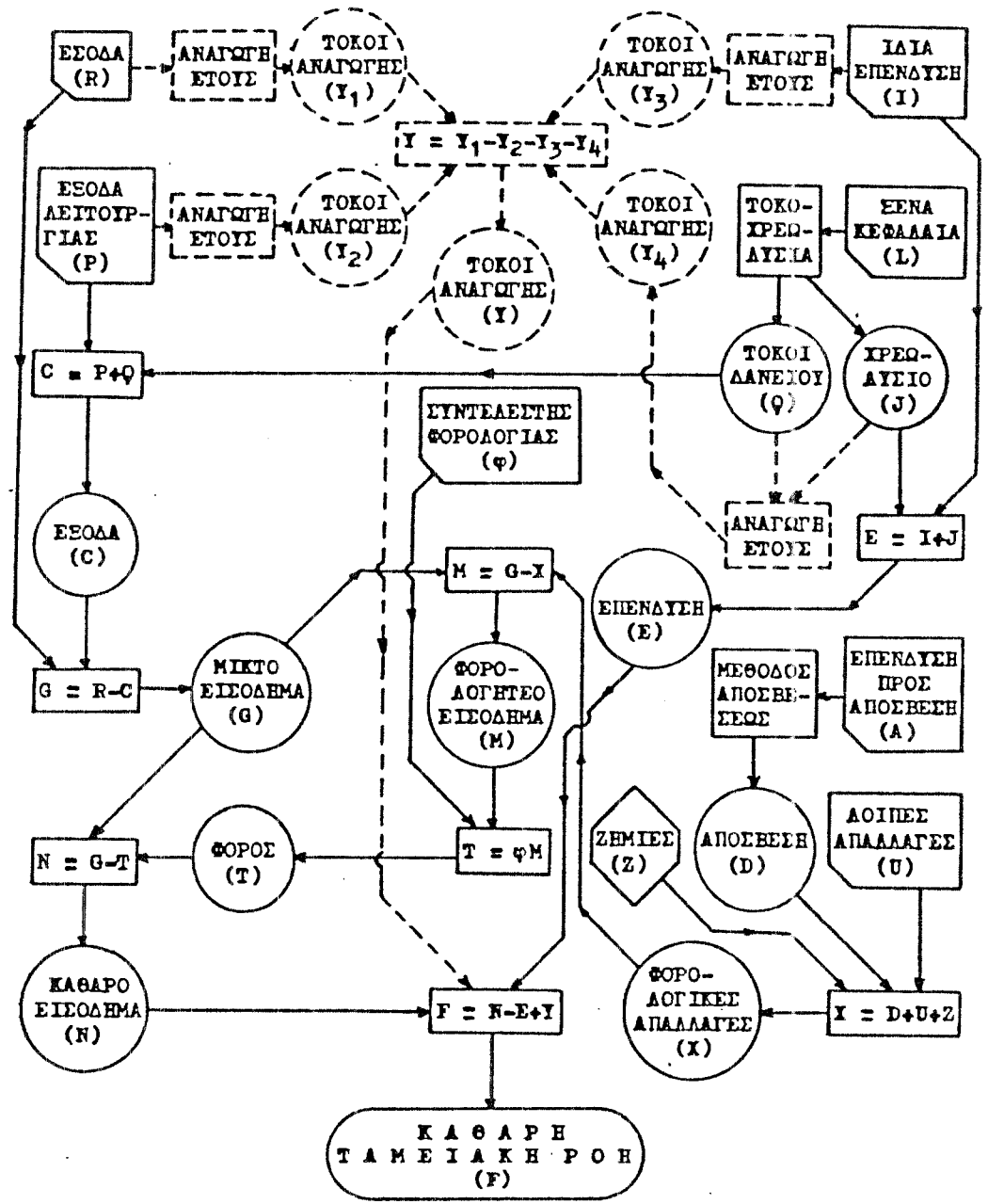
$\downarrow n \Rightarrow \uparrow ABR$, $\downarrow E \Rightarrow \uparrow ABR$

2. ΕΣΟΤΕΡΙΚΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΑΠΟΔΟΣΕΩΣ
(Internal rate of Return, IRR)

Ορίζεται ως το επιτόκιο προσφερόμενο από μηδενίζεται η αναμενόμενη παρούσα αξία του σχεδίου.

- Δεσφεί συνεχή επαναπληρώνση των ηφικυαυόνων δελικώ τάρμ μωύ, με κηδύση τήνη ή έ.ε. επιτόκιο

$IRR \geq a$ ακριβώς



Σχήμα 4. Διάγραμμα υπολογισμού έτησιας ταμειακής ροής

Σύστημα και Μέθοδοι για την Πρόβλεψη Ζήτησης

Διαρθρωση Συστήματος Προβλέψεων —

1. Είσοδες συστήματος δηλ. οι διαδοχικές ημερομηνίες
2. Έξοδοι " " δηλ. οι παρεχόμενες " "
3. Κριτήρια αξιολόγησης προβλέψεων.
4. Μέθοδοι πρόβλεψης
5. Περιορισμοί συστήματος

Ορίζοντας Προγραμματισμού

- χρόνος αντίδρασης (leadtime) T_L
ταχύτητα με την οποία το σύστημα μπορεί να προσαρμοστεί σε αλλαγές του περιβάλλοντος
- χρόνος αναθεώρησης (review time) T_R
η συχνότητα ελέγχου από τη διοίκηση

ΓΕΝΙΚΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ

$$T_F \geq T_L + T_R$$

- π.χ. $T_L = 1$ μήνας για εγγραφή από εφημερίδα
 $T_R = 3$ η για έλεγχο αφοσίωσης
 $T_F \geq 4$ μήνες

Είδη Συστήματος Πρόβλεψης

Πηγές

- Εσωτερικές π.χ αρχείο επιχειρήσεων
- Εξωτερικές π.χ. κρατικές οργανώσεις

Περιορισμοί Συστήματος Πρόβλεψης

- 1) Διαθέσιμος χρόνος για την προετοιμασία μιας πρόβλεψης
- 2) Η έλλειψη σχετικών στοιχείων
- 3) Η αξιοπιστία των υποχόντων στοιχείων
- 4) Το εξειδικευμένο προσωπικό που υπάρχει
- 5) Τα διαθέσιμα μέσα για επεξεργασία (π.χ Η/Υ).

Κριτήρια Αξιολόγησης Συστήματος Πρόβλεψης

1. η ακρίβεια των προβλέψεων
2. η ευστάθεια & ευαισθησία της μεθόδου
3. η ανακεντρικότητα στην επεξεργασία
4. ο απαιτούμενος χρόνος για διαμόρφωση προβλ.

1. ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

Y'_t = η προβλεπόμενη ζήτηση

Y_t = η πραγματική "

$Y'_t - Y_t =$ το σφάλμα ή απόκλιση

— κόστος

2Α ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ

Η ικανότητα εξομάλυνσης των παρατηρούμενων τυχαίων σφαλμάτων στις προβλέψεις

2Β. ΕΥΛΙΞΗΣΙΑ

Η ικανότητα του συστήματος για την έγκαιρη διάγνωση γνησίων & ανύψων μ' αλλαγές μεταβλητές στο μέσο ετήσιο εθν. προϊόντος

- Χρόνος Προετοιμασίας

π.κ 50% αύξηση πωλήσεων φροντιστών. γίνω από διδάσκουσα διαρκώς (αχρηστές)

- [ΛΟΓΟΣ ΔΕΦΕΙΛΑΣ / ΚΟΣΤΟΥΣ]:

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

α) Υποκειμενικές μέθοδοι πρόβλεψης

→ νέα προϊόντα

→ επιχειρηματική στρατηγική (π.κ νέες αγορές)

β) Μέθοδος με Επιμήσους Διοικητικές Δράσεις

- ΠΑΡΑ

- Γνώση

- 6^η αίσθηση

Πλεονεκτήματα

- μικρός χρόνος πρόβλεψης

- έλλειψη εξάρτησης από ειδικευμένο προσωπικό
διεγόντες τεχνικές και δαπανηρά μέσα επεξεργασίας

Μειονεκτήματα

1. Ή τών να στηρίξει ή ττική πρόβλεψη στις πιο πρόσφατες επιχειρίες

2. επηρεασμό πρόβλεψη από δυναμική ατέλει

3. έλλειψη δείκτη που να προσδιορίζει τον βαθμό ακρίβειας

β) Μέθοδος των Δελφών

- ομάδα εμπειρογνομένων

- συμπλήρωση ερωτηματολογίων

- σύγκριση απαντήσεων

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΥΠΑ

Στοιχεία

1. ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΕΚΕΙΝΩΝ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗΝ ΖΗΤΗΣΗ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΤΗΣ ΕΠΙΧΗΡΗΣΗΣ

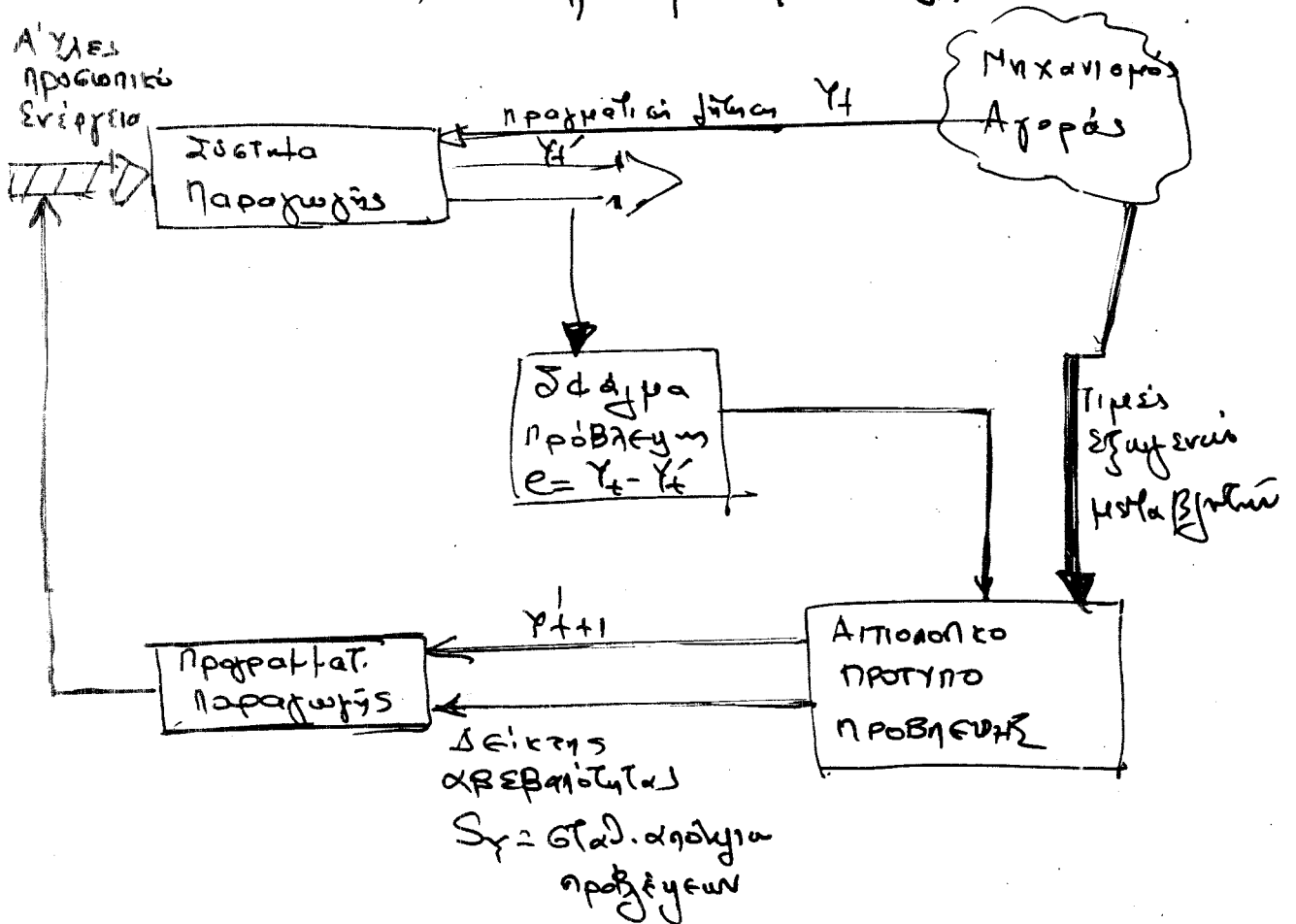
- ΑΕΠ
- διαθέσιμο εισόδημα
- γεννησιμότητα γάμου
- κτίσιες οικοδομές

2. Επιλογή της μορφής της εξίσωσης ή εξισώσεων

$$y = a + bx \quad \text{ή} \quad Y = ab^x \rightarrow \log Y = \log(a) + \log(b) \cdot X.$$

3. Επαλήθευση του πρώτου πρόβλεψης.

- Αίχμες
- Προσωπικό
- Ενέργεια



- κατηγορίες αιτιολογικών προτύπων
- (1) εξισώσεις παλινδρόμησης
 - (2) οικονομικά πρότυπα
 - (3) πίνακες εσρώ - εκρώ
 - (4) πρότυπα δυναμικής συστήσεων

- ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ.

$Y = f(x)$ $Y = \text{σημείωση}$ $x = \text{αίτιο}$

- α. γραμμική $Y' = a + b \cdot X$
- β. εκθετική $Y' = a \cdot \bar{X}$
- γ. παραβολική $Y' = a + b \cdot X + c \cdot X^2$

σημείωματα a, b, c

$Y_t = a + bX_t + \underbrace{e_t}_{\downarrow \text{σφάλμα}}$

- πολλών μεταβλητών

- α. γραμμική $Y = a_0 + a_1 \underline{X_1} + a_2 \underline{X_2} + a_3 \underline{X_3} + \dots + a_n \underline{X_n}$
- β. Μη γραμμική:

- (1) πολυωνομική $Y_0 = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n$
- (2) Μη $Y_0 = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2^2 + \dots + a_3 X_1 \cdot X_3^2$

- ① Τα σφάλματα περιγράφονται από μια κανονική στατιστική κατανομή με μέσο 0 και σταθερή αριόειση $f(e_t) = N(0, \sigma_e = \sigma_{e_t})$
- ② Τα σφάλματα σε διαδ. χρονικές περιόδους δέν αυτοσυσχετίζονται
- ③ οι εξισώσεις σε αριθμό τους πρότυπο είναι γραμμικές

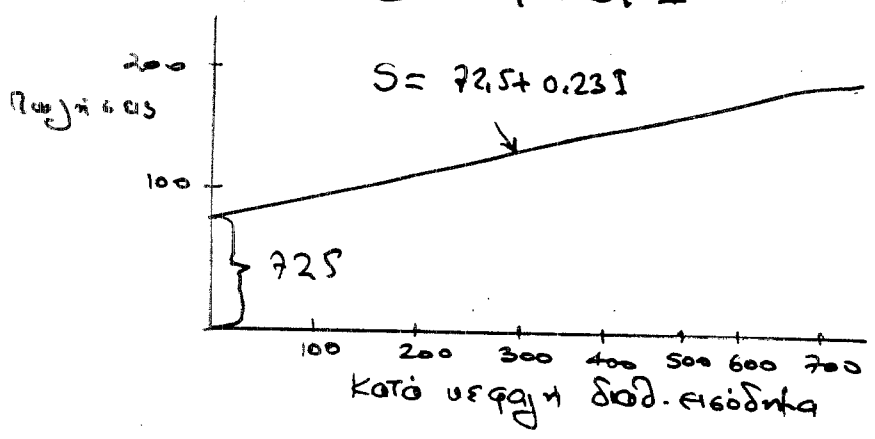
Παράδειγμα :

ΕΤΑΙΡΕΙΑ : ΕΠΙΠΛΩΝ

ΕΤΗΣΙΕΣ : ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

- (1) κατά κεφαλή διαθέσιμο εισόδημα (I)
- (2) άδειες νέων οικοδομών (H)
- (3) αριθμός αδειών γυμνασίων (M)

$$S = a_0 + b_1 I$$



$S_Y = 38,7$
 στ.δ. αναμίσγηση

$r^2 = (0,806)^2 = 0,65$
 συν. προσδιορισμός r^2

→ 65% η εξ. η.

π.χ $I = 700$ $S = 72,5 + 0,23I = 72,5 + 0,23(700) = 233,5$

η.χ. η. η. η. η. η. η.

$S \pm S_Y = 233,5 \pm 38,7$

συν. 66,66% του προβλεψόμενου

$S \pm 2S_Y = 233,5 \pm 2 \times 38,7$

η 95,5%

$S \pm 3S_Y = 233,5 \pm 3 \times 38,7$

η 99,7%

$$S = a_0 + a_1 M + a_2 H + a_3 I + a_4 T$$

$$= 49,85 - 0,068M + 0,036H + 1,22I - 19,54T$$

T = η χρονική περίοδος (T = 1, 2, ... n)

$S_Y = 11,9$

$r^2 = 0,92$

π.χ $I = 700$ $\pm 11,9$ $\pm 38,7$ $\rightarrow 66,7\%$

$S = a_0 + a_1 \underline{S_{t-1}} + a_2 H_{t-1} + a_3 I + a_4 T$

→ ανάμειξη πωλησιών
 → άδειες οικοδομών
 η.χ. η. η. η. η. η.

$S = -33,81 + 0,373S_{t-1} + 0,033H_{t-1} + 0,672I - 11,03$

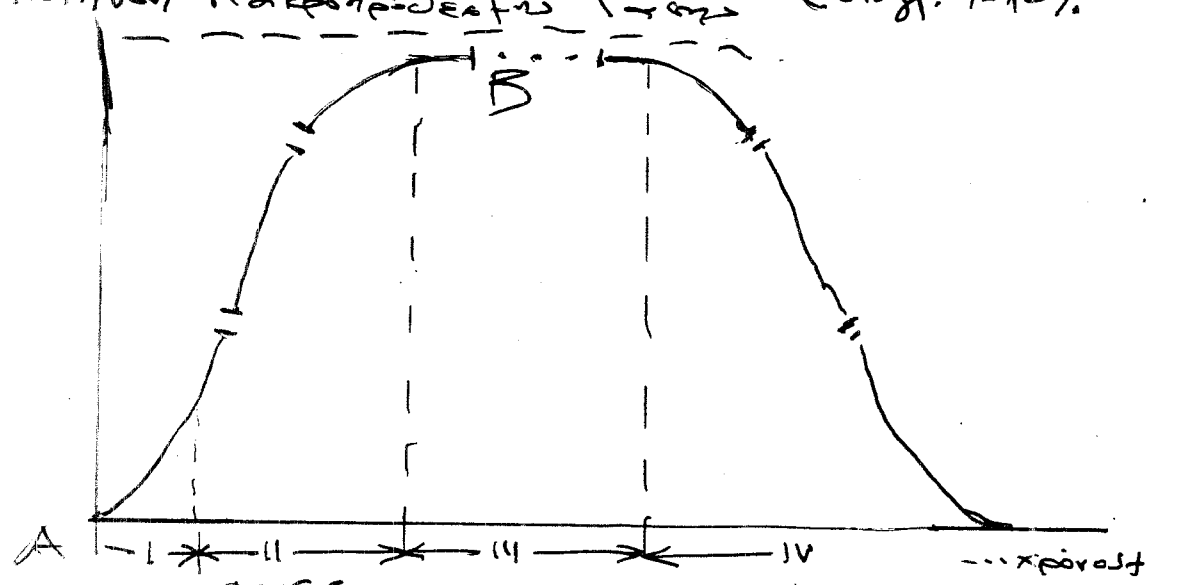
$S_Y = 9,7$ $r^2 = 0,95$

Υποχρεώσεις Χρονοσειράς

$$Y = f(T, C, S, R)$$

- Y = πραγματική ζημία
- T = η μακροχρόνια τάση (αυθόκη ή καθόδιση)
- C = κυκλική διακύμανση (οικονομ., τεχν., πολιτ.)
- S = εποχική διακύμανση
- R = τυχόν ή απόβλητη διακύμανση

Ανάπτυξη καταστάσεων τιμών (διαγρ. 4-10).



- ΦΑΣΕΙΣ
- I = νηπιακή
 - II = ταχεία ανάπτυξη
 - III = Στασιμότητα
 - IV = Παράκτιση

(διαγρ. 4-11)

$$y_t = K / (1 + e^{a+bt}) \quad (A, B)$$

ζήμια

Αργυρού

Μακροοικονομίας Ιδίων

Παράδειγμα 4-2.

Η ΕΛΜΟ παράγει μονοκλιμακία Y και X για τον χρόνο περίοδο 83-89. Δίνεται ότι η τιμή 4-3.

$$Y' = a + b \cdot X \text{ για σταθερό } T$$

(για 4-2)

$$= 1,155 + 166 \cdot X$$

Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

$$\sum Y = n \cdot a + b \sum X$$

$$\sum XY = a \sum X + b \sum (X^2)$$

$$a = \frac{(\sum Y)(\sum X^2) - (\sum X)(\sum XY)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2} = 1,155$$

$$b = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2} = 166$$

(για 4-4)

Για 1990 ($X=7$)

$$Y'_{90} = 1,155 + 166 \cdot X = 1,155 + 166 \cdot 7 =$$

$$= 2.317 \text{ Lit}$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{57,477}{7-2}} = 107,22 \text{ Lit}$$

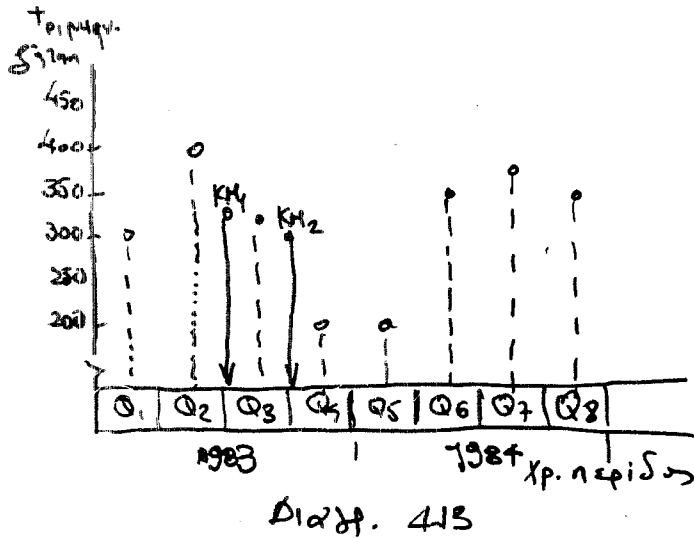
Διάστημα εμπιστοσύνης 95%

$$Y'_{90} \pm 2 \cdot S_Y = 2.317 \pm 2(107,2) = 2.317 \pm 214$$

Επομένως για 1990 $2.103 < Y'_{90} < 2.531$

Ανάλυση Ενοχιακών Διακυμάνσεων

— δείκτης ενοχικότητας = $\frac{\text{δύναμη περιόδων}}{\text{μ.ο. στην μ.ο.}} = S$



Κινητός
Μέσος
Όρος

$$KM_1 = \frac{(289) + 410 + 301 + 213}{4} = 303,25 \rightarrow 1983$$

$$KM_2 = \frac{410 + 301 + 213 + (212)}{4} = 284,0 \text{ λίρ.}$$

— Κινητός μ.ο μέσα σε ένα στατιστικό έτος

— Καλύτερος Κινητός Μέσος $KKM_1 = \frac{KM_1 + KM_2}{2} = \frac{303,25 + 284,0}{2} = 293,6$

Ειδικός
ενοχιακός
δείκτης

$$(S) Q_{3-1983} = \frac{Y_{Q3-1983}}{K \cdot KKM_1} = \left(\frac{T \cdot C \cdot S \cdot R}{T \cdot C} \right) = \frac{301}{293,63} = 1,025$$

Πίνακας 4ης

ΤΟΥΡΙΚΟΣ ΕΠΟΧΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ

$$S_{Q_3} = \frac{(SR)_{Q_3-83} + (SR)_{Q_3-84} + \dots + (SR)_{Q_3-89}}{6}$$

$Q_i (s=1, 2, 3, 4)$

Πίνακας 4-6

$$\sum_{i=1}^4 S_{Q_i} = 0.8045 + 1.173 + 1.088 + 0.906 = 3.967 \rightarrow \boxed{4} = \underline{\underline{0.033}}$$

$$S'_{Q_i} = \frac{4000}{3.967} \cdot S_{Q_i}$$

$$Y'_{Q_i-90} = \frac{Y'_{90}}{4} = \frac{2317}{4} = 579.25$$

Μέση τιμή και τοίσιμο κέρφ. διατ.

$$Y'_{Q_i} = Y'_{Q_i} \cdot S_{Q_i}$$

$$Y'_{Q_i-90} = (579.25) \times (0.811) = 469.77 \rightarrow \text{τιμήση 1}^{\text{ου}} \text{ τριμ. 1990.}$$

Ανάθεση Διατυπώσεων οικονομικά κύβω

δείκτης διακώμανσης C

$$C = \frac{T \cdot C}{T} \quad \frac{\text{πραγματική φύση}}{\text{βίση επί παραφ. τ' αν}}$$

ανάθεση εποχιακώ διακώμανσώ (πίνακ 4-7)

Βίση 1^ο: $\frac{\text{πραγματική φύση } Y}{\text{τουρικός δείκτης εποχιακώ, } S} = \frac{T \cdot C \cdot S \cdot R}{S} = T \cdot C \cdot R$

Βίση 2^{αυ} Εκκώπηση γά υαδω κρωμώ ησπίωδω τώσ ημώσ γά μακρω. βίση T (πίνακ 4-8)

Μέτρηση και Έλεγχος Διαφορών
Πρόβλεψης

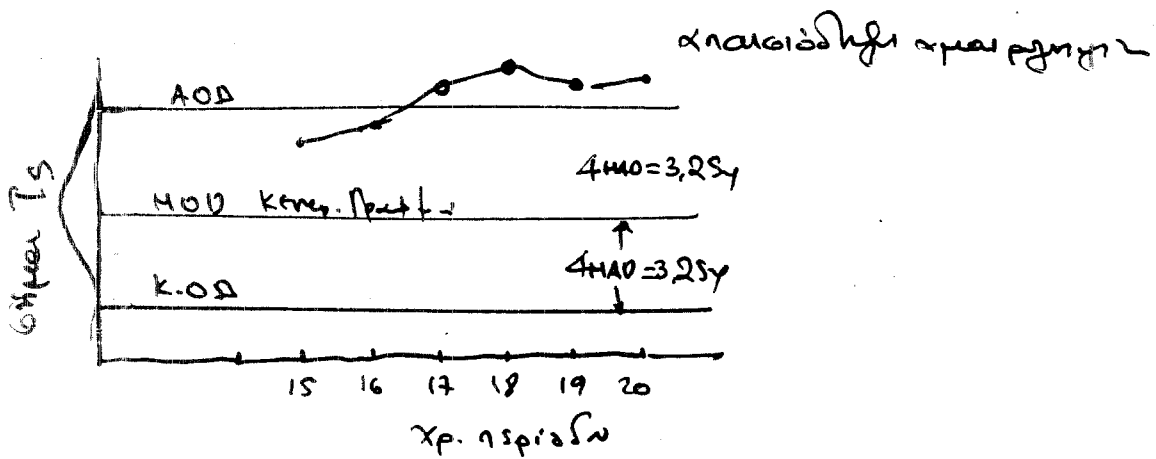
Μέθοδος βάρων τετραγώνων (HSE) = $\frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - Y'_t)^2}{n}$

Μέση απόλυτη απόκλιση (MAD) = $\frac{\sum_{t=1}^n |Y_t - Y'_t|}{n}$

$\sigma = \sqrt{\frac{n}{2}} \text{ MAD} = 1,25 \text{ MAD}$

Οήμο παρακρούσιοι TS = $\frac{\sum (Y_t - Y'_t)}{\text{MAD}}$

(+) (-) = 0. TS >> αντιστοίχως 2
 TS << 0 αντιστοίχως α
 - μεροληψία → κάδος επιλογής



Χάρτη έλεγχου για τα σφάλματα παρακρούσιων

$\text{MAD}_{t+1} = \alpha (Y_t - Y'_t) + (1-\alpha) \text{MAD}_t$

$0,05 \leq \alpha \leq 0,15$

↓ ασλ. εφοταρυναν

Οκθεταική Εξομάλυνση

$$Y'_{t+1} = Y_t \cdot \alpha + (1-\alpha) Y'_t \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Y'_{t+1}, Y'_t = προβλέψεις ζήτησης για $t+1, t$ χρ. αεφ.

Y_t : πραγμ. ζήτηση

α = σταθερά (δωτέα εξομάλυνσης)

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-9
Σύγκριση Προβλέψεων για το Παράδειγμα με την Απλοϊκή Μέθοδο, Κινητό Μέσο και Εκθετική Εξομάλυνση

για Βραχυχ.
πρ>βλ εφγ

Χρονική Περίοδος	Πραγμα-τική Ζήτηση Y_t	Απλοϊκή Μέθοδος $Y'_{t+1} = Y_t$	Κινητός Μέσος $N=3$	Πρόβλεψη Y'_t			
				Εκθετική Εξομάλυνση			
				$\alpha=0,2$	$\alpha=0,4$	$\alpha=0,7$	
1988	$Q_1:1$	381	-	-	-	-	-
	$Q_2:2$	594	381	-	381,00	381,00	381,00
	$Q_3:3$	573	594	-	423,60	466,20	530,10
	$Q_4:4$	504	573	516,00	453,80	508,92	560,13
1989	$Q_1:5$	444	504	557,00	463,84	506,95	520,84
	$Q_2:6$	592	444	507,00	459,87	481,77	467,05
	$Q_3:7$	571	592	513,33	486,30	525,86	554,52
	$Q_4:8$	507	571	535,67	503,24	543,92	566,06
1990	$Q_1:9$		507	556,67	503,99	529,15	524,72

Οι παραπάνω προβλέψεις για τιμή $\alpha=0,2$ υπολογίζονται ως ακολούθως:

$$Y'_2 = \alpha Y_1 + (1-\alpha) Y'_1 = (0,2)(381) + (1-0,2)(381) = 381$$

$$Y'_3 = \alpha Y_2 + (1-\alpha) Y'_2 = (0,2)(594) + (1-0,2)(381) = 423,6$$

$$Y'_9 = \alpha Y_8 + (1-\alpha) Y'_8 = (0,2)(507) + (1-0,2)(503,24) = 503,99$$

Αν διατυπώσουμε τον όρο Y'_t βάσει της πραγματικής και προβλεφθείσας ζήτησης για την περίοδο $t-1$ και επαναλάβουμε παρόμοιες διαδοχικές αντικαταστάσεις για τις υπολοιπούμενες περιόδους μέχρις ότου φθάσουμε στην αρχική περίοδο για την οποία έχουμε στοιχεία, τότε προσδιορίζουμε και την αρχική πρόβλεψη Y'_1 . Εξ ορισμού έχουμε $Y'_1 = Y_1$. Έτσι, η διατύπωση της πρόβλεψης Y'_{t+1} συνάρτησε της πραγματικής ζήτησης στις περιόδους $t, t-1, t-2, \dots, 2, 1$ παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} Y'_{t+1} &= \alpha Y_t + (1-\alpha) Y'_t \\ &= \alpha Y_t + (1-\alpha) [\alpha Y_{t-1} + (1-\alpha) Y'_{t-1}] = \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha) Y'_{t-1} + (1-\alpha)^2 Y'_{t-1} \\ &= \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha) Y_{t-1} + (1-\alpha)^2 [\alpha Y_{t-2} + (1-\alpha) Y'_{t-2}] \\ &= \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha) Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + (1-\alpha)^3 Y'_{t-2} \\ &= \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha) Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^{t-1} Y_1 + (1-\alpha)^t Y_1 \\ &= \sum_{i=0}^{t-1} \alpha (1-\alpha)^i Y_{t-i} + (1-\alpha)^t Y_t \end{aligned}$$

$$t \rightarrow \infty \quad (1-\alpha)^t \rightarrow 0$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-10
Υπολογισμός των Σφαλμάτων Πρόβλεψης και των Τιμών για MAD, MISE
και Σήμα Παρακολούθησης

$$\text{Σφάλμα πρόβλεψης} = \text{Πραγμ. Ζήτηση} - \text{Πρόβλεψη} (Y_t - Y'_t)$$

Εκθετική Εξομάλυνση

Χρονική Περίοδος	Απλοϊκή Μέθοδος	Κινητός Μέσος (N = 3)	Εκθετική Εξομάλυνση		
			$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,4$	$\alpha = 0,7$
1	-	-	-	-	-
2	213,00	-	213,00	213,00	213,00
3	-21,00	-	149,40	106,80	42,90
4	-69,00	-12,00	50,20	-4,92	-56,13
5	-60,00	113,00	-19,84	-62,95	-76,84
6	148,00	85,00	132,13	110,23	124,95
7	-21,00	57,67	84,70	45,14	16,48
8	-64,00	-28,67	3,76	-36,92	-59,06
Σύνολο	126,00	-11,00	613,35	370,38	205,30
Σύνολο Απολύτων Τιμών Σφαλματος	596,00	296,34	653,03	579,96	589,36
M A D	90,86	59,26	93,29	82,85	84,19
Σήμα Παρακο- λούθησης RSFE/MAD	+1,39	0,19	+6,55	+4,47	+2,44
Σύνολο Τετραγω- νικών Σφαλμάτων	80,612	24,285	95,248	76,312	76,636
M S E	11,516	4,857	13,605	10,901	10,805

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-7

Υπολογισμός των Τυχαίων Διακυμάνσεων και των Κυκλικών Διακυμάνσεων.

Έτος	Τρίμηνο	Πραγματική Ζήτηση $Y = T \cdot C \cdot S \cdot R$	Δείκτης Εποχικότητας, S	Τριμην. Ζήτηση χωρίς εποχικ/τα $T \cdot C \cdot R$	Τάση, T	C · R	Κυκλική Επιρροή, C	Τυχαία Επιρροή, R
1983	Q ₁	289	0.811	355.9	271.8	1.309	-	-
	Q ₂	410	1.183	345.7	282.3	1.224	1.160	1.055
	Q ₃	301	1.092	276.9	292.8	0.946	0.979	0.966
	Q ₄	213	0.914	232.8	303.3	0.768	0.849	0.905
1984	Q ₁	212	0.811	261.1	313.7	0.832	0.855	0.973
	Q ₂	371	1.183	312.8	324.2	0.965	0.942	1.024
	Q ₃	374	0.914	344.1	344.7	1.028	1.016	1.012
	Q ₄	333	1.092	363.9	345.2	1.054	1.032	1.021
1985	Q ₁	293	0.811	360.8	355.7	1.014	1.028	0.986
	Q ₂	441	1.183	371.8	366.1	1.016	1.011	1.005
	Q ₃	411	0.914	378.1	376.6	1.004	1.005	0.989
	Q ₄	363	1.092	396.7	387.1	1.025	1.011	1.014
1986	Q ₁	324	0.811	399.0	397.6	1.003	0.994	1.009
	Q ₂	462	1.183	389.5	408.0	0.955	0.930	1.027
	Q ₃	379	1.092	348.7	418.5	0.833	0.852	0.978
	Q ₄	301	0.914	328.9	429.0	0.767	0.857	0.895
1987	Q ₁	347	0.811	427.3	439.5	0.972	0.904	1.075
	Q ₂	520	1.183	438.4	450.0	0.974	1.008	0.966
	Q ₃	540	1.092	496.8	460.8	1.079	1.087	0.992
	Q ₄	521	0.914	569.4	470.9	1.209	1.088	1.111
1988	Q ₁	381	0.811	469.2	481.4	0.975	1.067	0.914
	Q ₂	594	1.183	500.8	491.9	1.018	1.014	1.004
	Q ₃	573	1.092	527.1	502.4	1.049	1.047	1.002
	Q ₄	504	0.914	550.8	512.8	1.074	1.056	1.017
1989	Q ₁	444	0.811	546.8	523.3	1.045	1.018	1.026
	Q ₂	592	1.183	499.1	533.8	0.936	0.982	0.953
	Q ₃	571	1.092	525.3	544.3	0.960	0.965	1.001
	Q ₄	507	0.914	554.1	554.8	0.999	-	-

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4-8

Υπολογισμός της μακροχρόνιας τάσης στην τριμηνιαία ζήτηση

Έτος	$Y = T \cdot C \cdot R$	X	XY	X ²
1983	302,83	-3	-908,49	9
1984	420,48	-2	-640,96	4
1985	376,86	-1	-376,86	1
1986	366,54	0	0	0
1987	482,99	1	482,99	1
1988	512,00	2	512,000	4
1989	531,34	3	531,34	9
Σύνολο	2893,04	0	1173,71	28

$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{2893,04}{7} = 413,27$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{1173,71}{28} = 41,92$$

Έτσι, $Y' = 413,29 + 41,92X$ (αρχή το 1986; μονάδα χρόνου 1 έτος) Τάση τριμηνιαίας ζήτησης.

$Y' = 271,81 + 10,48X$ (αρχή Q₁, για 1983, μονάδα χρόνου 1 τρίμηνο. Έτσι, για το Q₁, 1990 έχουμε,

$$Y' = 271,81 + 10,48(X = 28) = 565,25 \text{ λίτρα}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-5
Υπολογισμός των Τυπικών Δεικτών Εποχικότητας

Έτος	Τρίμηνο	Πραγματική Ζήτηση Y = T.C.S.R	Κινητός Μέσος Όρος για 4 Τμήματα	Κεντρικός Κινητός Μέσος T.C	Ειδικός Δείκτης Εποχικότητας S.R
1983	Q ₁	289			
	Q ₂	410			
	Q ₃	301	303,25	293,63	1,025
	Q ₄	212	284,00	279,00	0,763
1984	Q ₁	212	274,00	283,25	0,748
	Q ₂	371	292,50	307,50	1,207
	Q ₃	374	322,50	332,63	1,124
	Q ₄	333	342,75	351,50	0,947
1985	Q ₁	293	360,25	364,88	0,803
	Q ₂	441	369,50	373,25	1,182
	Q ₃	411	377,00	380,88	1,079
	Q ₄	363	384,75	387,38	0,937
1986	Q ₁	324	390,00	386,00	0,839
	Q ₂	462	382,00	374,25	1,234
	Q ₃	379	366,50	369,38	1,026
	Q ₄	301	372,25	379,50	0,793
1987	Q ₁	347	386,75	406,88	0,853
	Q ₂	520	427,00	454,50	1,441
	Q ₃	540	482,00	486,25	1,111
	Q ₄	521	490,50	499,75	1,043
1988	Q ₁	381	509,00	513,00	0,743
	Q ₂	594	517,00	515,00	1,153
	Q ₃	573	513,00	520,88	1,100
	Q ₄	504	528,75	528,75	0,953
1989	Q ₁	444	528,75	528,25	0,841
	Q ₂	592	527,75	528,13	1,121
	Q ₃	571	528,50	-	-
	Q ₄	507	-	-	-

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-6
Υπολογισμός Τιμών για τους Τυπικούς Δείκτες Εποχικότητας από τις Τιμές των Ειδικών Δεικτών Εποχικότητας

Έτος	Τρίμηνο				Σύνολο
	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	
1983	-	-	1,025	0,763	
1984	0,748	1,207	1,124	0,947	
1985	0,803	1,182	1,057	0,937	
1986	0,839	1,234	1,079	0,793	
1987	0,853	1,144	1,111	1,043	
1988	0,743	1,153	1,100	0,953	
1989	0,841	1,121	-	-	
Σύνολο	4,827	7,041	6,496	5,436	
Μέσος	0,8045	1,173	1,083	0,906	3,967
Προσαρμ/νος					
Μέσος	0,811	1,183	1,092	0,914	4,000

Τυπικοί Δείκτες Εποχικότητας	Χειμώνας	S _{Q₁} = 0,811
	Άνοιξη	S _{Q₂} = 1,183
	Καλοκαίρι	S _{Q₃} = 1,092
	Φθινόπωρο	S _{Q₄} = 0,914
		4,000

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-2
Λεδομένα παραδείγματος

Έτος	Άδειες Οικοδομών (×1.000)	Διαθέσιμο Εισόδημα (×100)	Άδειες Γάμου (×1.000)	Πωλήσεις* (×1000)	Χρόνος, T
1947	744	158.9	2.291	92.920	1
1948	942	169.5	1.991	122.440	2
1949	1.033	188.3	1.811	125.570	3
1950	1.138	187.2	1.580	110.460	4
1951	1.549	205.8	1.667	139.400	5
1952	1.211	224.9	1.595	154.020	6
1953	1.251	235.0	1.539	157.590	7
1954	1.225	247.9	1.546	152.230	8
1955	1.354	254.4	1.490	139.130	9
1956	1.475	274.4	1.531	156.330	10
1957	1.240	292.9	1.585	140.470	11
1958	1.157	308.5	1.518	128.240	12
1959	1.341	318.8	1.451	117.450	13
1960	1.531	337.7	1.494	132.640	14
1961	1.274	350.0	1.527	126.160	15
1962	1.327	364.4	1.547	116.990	16
1963	1.469	385.3	1.580	123.900	17
1964	1.615	404.6	1.654	141.320	18
1965	1.538	436.6	1.719	156.710	19
1966	1.488	469.1	1.789	171.930	20
1967	1.173	505.3	1.844	184.790	21
1968	1.299	546.3	1.913	202.700	22
1969	1.524	590.0	2.059	237.340	23
1970	1.479	629.6	2.132	254.930	24

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-3
Λεδομένα Ζήτησης για την Εταιρεία ΕΛΜΟ
(σε χιλιάδες λίτρα μονωτικού υλικού)

Έτος	Τρίμηνο				Ετήσιο Σύνολο
	Χειμώνας Q ₁	Ανοιξη Q ₂	Καλοκαίρι Q ₃	Φθινόπωρο Q ₄	
1983	289	410	301	213	1213
1984	212	371	374	333	1290
1985	293	441	411	363	1508
1986	324	462	379	301	1466
1987	347	520	540	521	1928
1988	381	594	573	504	2052
1989	444	592	571	507	2114

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-4
Προσδιορισμός Παραμέτρων Εξίσωσης Μακροχρόνιας Τάσης για το
Παράδειγμα 4-2 (Έτος Βάσης, δηλ. X = 0, το 1983)

Έτος	Ετήσια Ζήτηση, Y	Χρονική Περίοδος, X	Πρόβλεψη			Σφάλμα Πρόβλεψης	Τετράγωνο Σφάλματος Πρόβλεψης
	T·C·S·R		XY	X ²	Y' = a + bX	(Y - Y')	(Y - Y') ²
1983	1.213	0	0	0	1.155	58	3.364
1984	1.290	1	1.290	1	1.321	31	961
1985	1.508	2	3.016	4	1.487	21	441
1986	1.466	3	4.392	9	1.653	-187	34.969
1987	1.928	4	7.712	16	1.819	109	11.884
1988	2.052	5	10.260	25	1.985	67	4.489
1989	2.114	6	12.684	36	2.151	37	1.369
Σύνολο	11.571	21	39.360	91		0	57.477